

# 中华人民共和国国家标准

GB/T 17989.5—2022

## 生产过程质量控制统计方法 控制图 第5部分：特殊控制图

Statistical method of quality control in production process—  
Control charts—Part 5: Specialized control charts

(ISO 7870-5:2014, Control charts—Part 5: Specialized control charts, MOD)

2022-03-09 发布

2022-10-01 实施

国家市场监督管理总局  
国家标准化管理委员会 发布



## 目 次

|                      |     |
|----------------------|-----|
| 前言 .....             | III |
| 引言 .....             | V   |
| 1 范围 .....           | 1   |
| 2 规范性引用文件 .....      | 1   |
| 3 术语和定义 .....        | 1   |
| 4 符号和缩略语 .....       | 3   |
| 4.1 符号 .....         | 3   |
| 4.2 缩略语 .....        | 4   |
| 5 特殊控制图 .....        | 4   |
| 6 移动平均和移动极差控制图 ..... | 5   |
| 6.1 概述 .....         | 5   |
| 6.2 控制限 .....        | 5   |
| 6.3 解释 .....         | 5   |
| 6.4 优点 .....         | 5   |
| 6.5 不足 .....         | 5   |
| 6.6 示例 .....         | 6   |
| 7 Z 图 .....          | 8   |
| 7.1 概述 .....         | 8   |
| 7.2 控制限 .....        | 8   |
| 7.3 优点 .....         | 8   |
| 7.4 不足 .....         | 8   |
| 7.5 示例 .....         | 8   |
| 8 基于组的控制图 .....      | 10  |
| 8.1 概述 .....         | 10  |
| 8.2 控制限 .....        | 10  |
| 8.3 优点 .....         | 11  |
| 8.4 不足 .....         | 11  |
| 8.5 示例 .....         | 11  |
| 9 极值控制图 .....        | 14  |
| 9.1 概述 .....         | 14  |
| 9.2 控制限 .....        | 14  |
| 9.3 解释 .....         | 15  |
| 9.4 优点 .....         | 15  |
| 9.5 不足 .....         | 15  |
| 9.6 示例 .....         | 15  |
| 10 趋势控制图 .....       | 17  |

|                     |    |
|---------------------|----|
| 10.1 概述             | 17 |
| 10.2 控制限            | 17 |
| 10.3 优点             | 18 |
| 10.4 不足             | 18 |
| 10.5 示例             | 18 |
| 11 变异系数控制图          | 20 |
| 11.1 概述             | 20 |
| 11.2 控制限            | 21 |
| 11.3 优点             | 21 |
| 11.4 不足             | 21 |
| 11.5 示例             | 21 |
| 12 非正态数据控制图         | 23 |
| 12.1 概述             | 23 |
| 12.2 控制限            | 23 |
| 12.3 示例             | 24 |
| 13 标准化 $p$ 控制图      | 30 |
| 13.1 概述             | 30 |
| 13.2 控制限            | 30 |
| 13.3 优点和不足          | 30 |
| 13.4 示例             | 30 |
| 14 缺点控制图            | 32 |
| 14.1 概述             | 32 |
| 14.2 缺点权重的选择准则      | 32 |
| 14.3 赋予纺织产品缺点权重的示例  | 33 |
| 14.4 控制限            | 33 |
| 14.5 解释             | 34 |
| 14.6 优点             | 34 |
| 14.7 不足             | 34 |
| 14.8 示例             | 34 |
| 15 量规检验控制图          | 38 |
| 15.1 概述             | 38 |
| 15.2 下量规限和上量规限      | 38 |
| 15.3 初始步骤           | 38 |
| 15.4 量规限和控制限        | 39 |
| 15.5 绘图             | 39 |
| 15.6 解释             | 40 |
| 15.7 优点             | 40 |
| 15.8 不足             | 40 |
| 15.9 过程均值和过程变异的估计   | 40 |
| 15.10 示例            | 40 |
| 附录 A (资料性) 计算控制限的参数 | 44 |
| 参考文献                | 46 |

## 前　　言

本文件按照 GB/T 1.1—2020《标准化工作导则 第 1 部分：标准化文件的结构和起草规则》的规定起草。

本文件是 GB/T 17989 的第 5 部分。GB/T 17989 已经发布了以下部分：

- 控制图 第 1 部分：通用指南；
- 控制图 第 2 部分：常规控制图；
- 控制图 第 3 部分：验收控制图；
- 控制图 第 4 部分：累积和控制图；
- 生产过程质量控制统计方法 控制图 第 5 部分：特殊控制图；
- 生产过程质量控制统计方法 控制图 第 6 部分：指数加权移动平均控制图
- 生产过程质量控制统计方法 控制图 第 7 部分：多元控制图；
- 生产过程质量控制统计方法 控制图 第 8 部分：短周期小批量的控制方法；
- 生产过程质量控制统计方法 控制图 第 9 部分：平稳过程控制图。

本文件修改采用 ISO 7870-5:2014《控制图 第 5 部分：特殊控制图》。

本文件与 ISO 7870-5:2014 的结构差异及其原因如下：

- 增加第 6 章～第 15 章中悬置段的章节号，并调整其他章节的编号，以符合国家标准编写要求。

本文件与 ISO 7870-5:2014 的技术差异及其原因如下：

- 增加了“7.5.2 解释由图 2 可知，第 11、24、26、27 子组对应的点落在控制限外，需进一步查明过程失控原因”，原文缺少解释；
- 增加了数据不服从正态分布的说明（见 12.1），“如果数据不服从正态分布，应先查明不服从正态分布的原因，如果经确认数据服从某一其他分布，则按照其分布构建上下限”，原文描述不清；
- 增加了图 7（见 12.3.1），对数据进行正态性检验，说明其不服从正态分布，原文缺少对不服从正态性的检验；
- 增加了“图 13 均值极差图”（见 15.10.2），原文缺少图示。

本文件做了下列编辑性改动：

- 将标准名称改为《生产过程质量控制统计方法 控制图 第 5 部分：特殊控制图》；
- 将 10.5.3 中“ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i}{25} = \frac{49.440}{25} = 1.977\ 6$ ”改为“ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i}{25} = \frac{49.440}{25} = 1.977\ 6$ ”；
- 将第 11 章中“变异系数  $v$ ”改为“变异系数  $CV$ ”；
- 将 12.2.3.3 中“ $U_{CL} = \bar{x} + 99.865 \times s_{average}$ ”改为“ $U_{CL} = \bar{x} + z_{99.865} \times s_{average}$ ”，“ $L_{CL} = \bar{x} + 0.135 \times s_{average}$ ”改为“ $L_{CL} = \bar{x} + z_{0.135} \times s_{average}$ ”；
- 将 12.3.2.1 中“ $B_3 = 0.028\ 4$ ”改为“ $B_3 = 0.284$ ”；
- 13.4.1 中表 9 中原  $z$  列数据计算错误，均予以修改；
- 将 14.4 中“ $c_i = \sum_{j=1}^m c_{ij}$ ”改为“ $c_i = \sum_{j=1}^k c_{ij}$ ”；
- 将 14.8.1 中“ $U_{CL} = \bar{d} + 3 \left( \frac{\sum_{i=1}^m w_i^2 c_i}{N n_j} \right)^{1/2} = 1.20 + 3 \left( \frac{881\ 400}{4\ 250 \times 177} \right)^{1/2} 4.02 + 3.25 = 7.45$ ”改为

$$U_{\text{CL}} = \bar{d} + 3 \left( \frac{\sum_{i=1}^m w_i^2 c_i}{N \bar{n}} \right)^{\frac{1}{2}} = 4.20 + 3 \left( \frac{881\ 400}{4\ 250 \times 177} \right)^{\frac{1}{2}} = 4.20 + 3.25 = 7.45;$$

- 将原 15.1 中“ $a$  和  $b$  的这些值被用于计算上测量限和下测量限”删除；
- 将 15.10.1 中表 12 的平均值列的第 18 个子组的数据“20.47”修改为“20.32”，极差列的第 18 个子组的数据“2.49”修改为“2.96”。

请注意本文件的某些内容可能涉及专利。本文件的发布机构不承担识别专利的责任。

本文件由全国统计方法应用标准化技术委员会(SAC/TC 21)提出并归口。

本文件起草单位：青岛大学、中国标准化研究院、中通客车股份有限公司、安徽农业大学、江苏科技大学。

本文件主要起草人：李莉莉、张璇、张帆、诸峰、吴广宇、赵静、程靖。

## 引　　言

控制图是过程控制中常用的统计工具,用来监测过程中的偏移,保持过程稳定。GB/T 17989 控制图系列标准分为以下 9 部分:

- 控制图第 1 部分:通用指南。目的在于给出控制图基本术语、原理及分类,以及选择控制图的指南。
- 控制图第 2 部分:常规控制图。目的在于确立使用常规控制图进行过程控制的指南。
- 控制图第 3 部分:验收控制图。目的在于确立验收控制图进行过程控制的使用指南,并规定了确定子组样本量、行动限、和决策准则的一般程序。
- 控制图第 4 部分:累积和控制图。目的在于确立应用累积和技术进行过程检测、控制和回顾性分析的统计方法。
- 生产过程质量控制统计方法　控制图第 5 部分:特殊控制图。目的在于确立理解和应用特殊控制图进行统计过程控制的指南。
- 生产过程质量控制统计方法　控制图第 6 部分:指数加权移动平均控制图。目的在于确立理解和应用指数加权移动平均(EWMA)控制图进行统计过程控制的指南。
- 生产过程质量控制统计方法　控制图第 7 部分:多元控制图。目的在于确立构建和应用多元控制图进行统计过程控制的指南,并建立了使用和理解计量数据多元控制图的常规方法。
- 生产过程质量控制统计方法　控制图第 8 部分:短周期小批量的控制方法。目的在于确立子组大小为 1 时,应用常规计量控制图检测短周期和小批量生产过程的方法。
- 生产过程质量控制统计方法　控制图第 9 部分:平稳过程控制图。目的在于确立构建和应用控制图对平稳过程进行控制的指南。

在 GB/T 17989.2 给出的常规控制图可以帮助监测过程导致的数据变异的非自然模式,并提供判断过程是否处于统计受控状态的准则。但是,对于计量数据,存在一些特殊情形,使用常规控制图对过程变异的非自然模式存在无法检出或检出效率较低的问题,如以下情形所述:

- a) 生产一个产品需要花费相当多的时间,样本获取的时间间隔很大;
- b) 生产一个产品有多个生产过程,且这些生产过程具有大致相同的生产率、过程平均和过程能力;
- c) 过程平均呈系统性变化;
- d) 样本量大且生产顺序不相关;
- e) 过程没有恒定的目标值。

在上述情形下,可使用特殊控制图。

同样,在处理计数数据时也可能会遇到一些特殊情形。在某些情形下,可能要关注子组中不合格的严重程度,但不同的不合格有不同的严重程度。因此,对所有类型的不合格不能一视同仁。根据不合格程度,需要给每类不合格赋予不同的权重,并据此计算相应的缺点得分。基于缺点得分计算控制限,并绘制相应的控制图对过程加以控制。

当对过程可测量特性的位置参数和形状参数进行控制时,在某些情形下,出于实际考虑,存在计数检验优于计量检验的情形(例如,通过量规进行检验)。可能还可以得到装配操作中低于下规范限(没有通过量规)以及高于上规范限(通过量规)的产品数量的信息。在这种情形下,可以使用  $(a, b)$  控制图。

数据不服从正态分布的情形也可能存在。除在制造业的特殊过程之外,非正态数据在服务行业中也经常遇到。在这种的情形下,可以使用非正态数据控制图。

本文件的主要目的是为如何应用特殊控制图来解决上述典型的特殊情形的过程控制提供指南。



# 生产过程质量控制统计方法 控制图

## 第5部分：特殊控制图

### 1 范围

本文件描述了理解和应用特殊控制图进行统计过程控制的指南。

本文件适用于常规控制图对过程变异的非自然模式无法检出或检出效率较低的情形。

对于计量数据，本文件包含的特殊控制图有：

- a) 移动平均和移动极差控制图；
- b) Z图；
- c) 基于组的控制图；
- d) 极值控制图；
- e) 趋势控制图；
- f) 变异系数控制图；
- g) 非正态数据控制图。

对于计数数据，本文件包含的特殊控制图有：

- a) 标准化  $p$  控制图；
- b) 缺点控制图；
- c) 量规检验控制图。

本文件给出的指南还包括每一类控制图的使用条件、控制限、优点和不足以及示例。

### 2 规范性引用文件

下列文件中的内容通过文中的规范性引用而构成本文件必不可少的条款。其中，注日期的引用文件，仅该日期对应的版本适用于本文件；不注日期的引用文件，其最新版本（包括所有的修改单）适用于本文件。

GB/T 3358.2 统计学词汇及符号 第2部分：应用统计（GB/T 3358.2—2009, ISO 3534-2:2006, IDT）

### 3 术语和定义

GB/T 3358.2 界定的以及下列术语和定义适用于本文件。

#### 3.1

##### **控制图 control chart**

为监测过程、控制和减少过程变异，将样本统计量值序列以特定顺序描点绘出的图。

**注 1：**特定顺序通常指按时间顺序或样本获得顺序。

**注 2：**控制图用于监测关于最终产品或者服务的特性时最有效。

〔来源：GB/T 3358.2—2009, 2.3.1〕

### 3.2

#### 常规控制图 shewhart control chart

##### 休哈特控制图

主要用来从图形上判定变异源于随机原因还是特殊原因,采用常规控制限的控制图。

注:常规控制限是基于统计学方法,根据仅由随机原因产生的过程变化确定的控制限。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.2,有修改]

### 3.3

#### 计量控制图 variables control chart

描点所用统计量是连续尺度的常规控制图。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.6]

### 3.4

#### 计数控制图 attributes control chart

描点所用统计量是可数的或分类变量的常规控制图。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.7]

### 3.5

#### $\bar{X}$ 控制图 X bar control chart

##### 均值控制图 average control chart

用子组均值评估和监测过程水平的计量控制图。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.12]

### 3.6

#### R 图 R chart

##### 极差控制图 range control chart

用子组极差评估和监测过程变异的计量控制图。

注1:子组极差值用符号R表示,即子组中最大和最小观测值之差。

注2:子组极差的均值用符号 $\bar{R}$ 表示。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.18,有修改]

### 3.7

#### 移动平均控制图 moving average control chart

用每n个相继观测值的算术平均评估和监测过程水平的控制图。

注1:当每个子组只有一个观测值时这种控制图尤其有用。如过程特性为温度、压力、时间等。

注2:以当前观测值替换最近的n+1个观测值中最早出现的那个值。

注3:这种控制图的一个缺点是未对n个相继观测值进行加权。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.14]

### 3.8

#### 移动极差控制图 moving range control chart

用每n个相继观测值的极差评估和监测过程变异的计量控制图。

注:以当前的观测值替换最近的n+1个观测值中最早出现的那个值。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.20]

### 3.9

#### Z 图 Z chart

用子组的标准化正态变量来评估过程的计量控制图。

### 3.10

#### 基于组的均值控制图 group control chart for averages

由多个来源的样本组成子组,利用子组内各个来源的样本均值的最大值和最小值来评估和监测过

程水平的计量控制图。

3.11

**基于组的极差控制图 group control chart for ranges**

由多个来源的样本组成子组,利用子组内各个来源的样本极差的最大值来评估和监测过程变异的计量控制图。

3.12

**极值控制图 high-low control chart**

根据子组观测值的最大值和最小值来评估和监测过程水平的计量控制图。

3.13

**趋势控制图 trend control chart**

用子组均值对过程水平的期望值的偏离评估和监测过程水平的控制图。

注 1: 可以用经验方法或回归的方法确定趋势。

注 2: 将观测值按时间顺序作图,在消除了随机变异和周期影响后,趋势控制图表示了过程水平的变化趋势。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.17]

3.14

**变异系数控制图 control chart for coefficient of variation**

根据子组变异系数评估和监测变异的计量控制图。

3.15

**p 控制图 p chart**

**计件比率控制图 proportion or percent categorized control chart**

**百分比分类单位产品控制图 percent categorized units control chart**

用一定量样本中属于某指定类别的单元的比例或百分比,评估和监测过程水平的计数控制图。

注 1: 在质量领域,通常按不合格品进行分类,此时称为不合格品率控制图。

注 2: *p* 图特别适用于子组大小变化的情形。

注 3: 可用比例或百分比进行描图。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.11,有修改]

3.16

**标准化 p 控制图 standardized p chart**

将某指定类别的比例表示为标准化正态变量的计数控制图。

3.17

**缺点控制图 demerit control chart**

**质量计分图 quality score chart**

按察觉的显著程度对每种缺点事件(或质量计分)分配不同权重的多维特性控制图。

[来源:GB/T 3358.2—2009,2.3.23]

3.18

**量规检验控制图 control chart for inspection by gauging**

用量规进行检验,获得测量高于上量规限的和低于下量规限的单元数的计数控制图。

## 4 符号和缩略语

### 4.1 符号

下列符号适用于本文件。

C<sub>L</sub> 中心线

|                 |                           |
|-----------------|---------------------------|
| $k$             | 子组数                       |
| $L_{CL}$        | 下控制限                      |
| $n$             | 子组大小                      |
| $p$             | 子组内给定分类的比例                |
| $\bar{p}$       | 比例的平均值                    |
| $R$             | 子组极差                      |
| $\bar{R}$       | 子组极差的平均值                  |
| $s$             | 子组样本标准差                   |
| $\bar{s}$       | 子组样本标准差的平均值               |
| $U_{CL}$        | 上控制限                      |
| $v$             | 变异系数                      |
| $\bar{v}$       | 变异系数的平均值                  |
| $x$             | 单值                        |
| $\bar{x}_i$     | 第 $i$ 个子组的平均值             |
| $\bar{\bar{x}}$ | 子组均值的平均值                  |
| $\bar{X}$       | 子组均值                      |
| $x_H$           | 子组内的最大观测值                 |
| $x_L$           | 子组内的最小观测值                 |
| $\bar{x}_H$     | 所有子组的最大观测值的平均值            |
| $\bar{x}_L$     | 所有子组的最小观测值的平均值            |
| $z$             | 服从标准正态分布(均值为 0, 方差为 1)的变量 |
| $\mu$           | 已知的过程均值                   |
| $\sigma$        | 已知的过程标准差                  |

#### 4.2 缩略语

下列缩略语适用于本文件。

|          |                                       |
|----------|---------------------------------------|
| BPO      | 业务流程外包 (Business Process Outsourcing) |
| CV       | 变异系数 (Coefficient of Variation)       |
| $L_{GL}$ | 下量规限 (Lower Gauge Limit)              |
| $U_{GL}$ | 上量规限 (Upper Gauge Limit)              |

#### 5 特殊控制图

以下是计量特殊控制图：

- a) 移动平均和移动极差控制图；
- b) Z 图；
- c) 基于组的控制图；
- d) 极值控制图；
- e) 趋势控制图；
- f) 变异系数控制图；
- g) 非正态数据控制图。

以下是计数特殊控制图：

- a) 标准化  $p$  控制图；

- b) 缺点控制图;
- c) 量规检验控制图。

## 6 移动平均和移动极差控制图

### 6.1 概述

在某些工业生产中,生产一件新产品需要相当长的时间,或产品检测是破坏性的,此时若累积样本量  $n > 1$ ,则不方便频繁抽样。同时,过程平均或离散度可能已经改变,但无法有效监测,从而造成可观的损失。在这些情形下,只能使用包含单个观测值的子组进行过程监控。

在这些情形下,宜使用移动平均和移动极差控制图而不是常规控制图。按以下方式得到  $k$  个子组(每个子组样本量为 1)的移动平均。首先,计算前  $k$  个子组的平均值。然后,在第二步中,舍弃第一个子组值,用其余子组和第  $k+1$  个子组计算平均值。接下来,舍弃第二个子组值,计算其余子组和第  $k+2$  个子组的平均值,以此类推。用类似的方式可以得到移动极差。移动平均和移动极差的子组数量可由生产速率决定。此外,如果希望检测到的过程平均的漂移程度和变异程度越小,子组数  $k$  值就需要取的越大。

### 6.2 控制限

#### 6.2.1 移动极差控制图的中心线和控制限计算见公式(1)~公式(3)。

$$C_{CL} = \bar{R} \quad \dots \quad (1)$$

$$U_{CL} = D_4 \bar{R} \quad \dots \quad (2)$$

$$L_{CL} = D_3 \bar{R} \quad \dots \quad (3)$$

#### 6.2.2 移动平均控制图的中心线和控制限计算见公式(4)~公式(6)。

$$C_{CL} = \bar{\bar{x}} \quad \dots \quad (4)$$

$$U_{CL} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} \quad \dots \quad (5)$$

$$L_{CL} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} \quad \dots \quad (6)$$

其中,  $\bar{R}$  是极差的平均值。对于不同样本量  $n=k$  的  $A_2$ 、 $D_3$  和  $D_4$  的值在附录 A 中给出。

### 6.3 解释

不同于常规控制图,这里相邻移动平均和移动极差不是相互独立的。因此,在移动平均和移动极差控制图中,中心线两侧的走势与在常规控制图所给出的解释不同。但是,超出控制限的点与常规控制图具有相同的意义。在移动极差控制图中,循环模式和增减趋势表明过程还有改进的空间。但是,移动平均控制图和移动极差控制图的查明原因有可能不同。

### 6.4 优点

在某些情形下,移动平均和移动极差控制图的效率更高。它不用等到所有样本累积的结果,能够比常用的  $(\bar{X}, R)$  控制图更早地发出警戒信号。如果产品价格昂贵或产出率低,更早地发出警戒信号可能会显得尤为重要。

### 6.5 不足

相继点不是独立的。移动平均和移动极差控制图可能比常规控制图获得更多类型的相继点的变化模式,因此,传统的判异准则对移动平均和移动极差控制图是无效的。

## 6.6 示例

### 6.6.1 表冠销孔直径

手表上的表冠用于调整时间。表冠上的销钉是穿过表壳上的一个孔安装的，孔的直径要求保持在 $(0.005 \pm 0.001)\text{ mm}$ 。为安装表冠上的销钉，在表壳上进行钻孔操作，表 1 按生产顺序给出了孔的直径数据。根据 3 个相继子组的孔直径的平均值，绘制了移动平均和移动极差控制图。

表 1 表冠销孔的直径的子组结果

| 子组号 | 孔直径     | 3 个移动观测值的和 | 移动平均    | 移动极差  | 备注   |
|-----|---------|------------|---------|-------|------|
| 1   | 0.003   |            |         |       |      |
| 2   | 0.005   |            |         |       |      |
| 3   | 0.001   | 0.009      | 0.003 0 | 0.004 |      |
| 4   | 0.003   | 0.009      | 0.003 0 | 0.004 |      |
| 5   | 0.002   | 0.006      | 0.002 0 | 0.002 |      |
| 6   | 0.005   | 0.010      | 0.003 3 | 0.003 |      |
| 7   | 0.006   | 0.013      | 0.004 3 | 0.004 | 换班   |
| 8   | 0.003   | 0.014      | 0.004 7 | 0.003 |      |
| 9   | 0.004   | 0.013      | 0.004 3 | 0.003 |      |
| 10  | 0.005   | 0.012      | 0.004 0 | 0.002 |      |
| 11  | 0.005   | 0.014      | 0.004 7 | 0.001 |      |
| 12  | 0.006   | 0.016      | 0.005 3 | 0.001 |      |
| 13  | 0.001   | 0.012      | 0.004 0 | 0.005 |      |
| 14  | 0.002   | 0.009      | 0.003 0 | 0.005 | 更改工具 |
| 15  | 0.007   | 0.010      | 0.003 3 | 0.006 |      |
| 16  | 0.001   | 0.010      | 0.003 3 | 0.006 |      |
| 17  | 0.003   | 0.011      | 0.003 7 | 0.006 |      |
| 18  | 0.004   | 0.008      | 0.002 7 | 0.003 |      |
| 19  | 0.003   | 0.010      | 0.003 3 | 0.001 |      |
| 20  | 0.001   | 0.008      | 0.002 7 | 0.003 |      |
| 21  | 0.006   | 0.010      | 0.003 3 | 0.005 |      |
| 22  | 0.005   | 0.012      | 0.004 0 | 0.005 |      |
| 23  | 0.004   | 0.015      | 0.005 0 | 0.002 |      |
| 24  | 0.002   | 0.011      | 0.003 7 | 0.003 |      |
| 25  | 0.001   | 0.007      | 0.002 3 | 0.003 |      |
| 合计  | 0.082 9 | 0.080      |         |       |      |

### 6.6.2 移动极差控制图的控制限

根据公式(1)、公式(2)和公式(3)可得：

$$C_L = \bar{R} = \frac{0.080}{23} = 0.003 5$$

$$U_{CL} = D_4 \bar{R} = 2.575 \times 0.003 5 = 0.009 0$$

$$L_{CL} = D_3 \bar{R} = 0 \times 0.0035 = 0$$

上述  $D_3$  和  $D_4$  的数值取自附录 A 中样本量  $n=3$  的值。所有的极差值都小于上控制限  $U_{CL}$ ，极差的平均值为 0.0035，用于计算移动平均控制图的控制限。

### 6.6.3 移动平均控制图的控制限

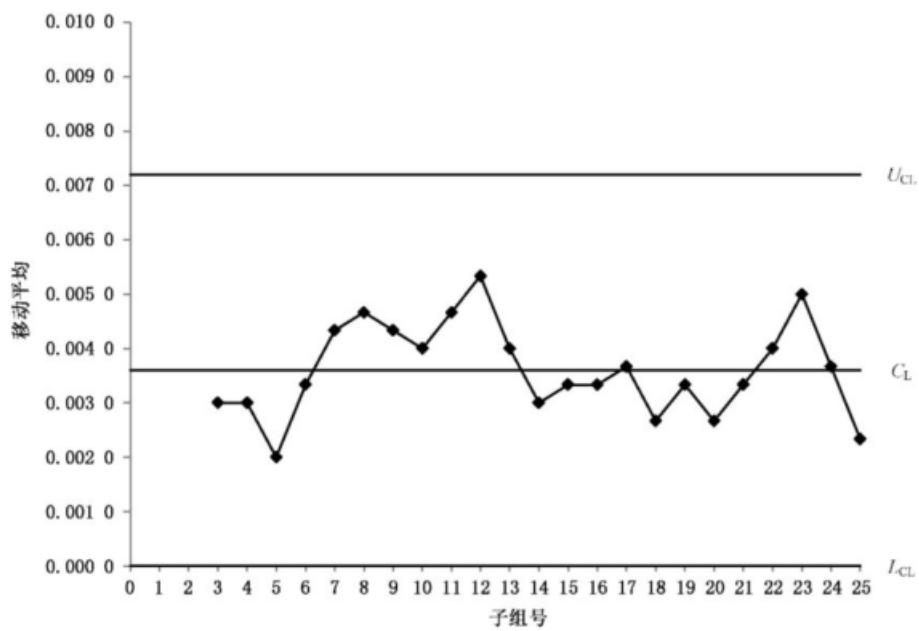
根据公式(4)、公式(5)和公式(6)可得：

$$C_L = \bar{x} = \frac{0.0829}{23} = 0.0036$$

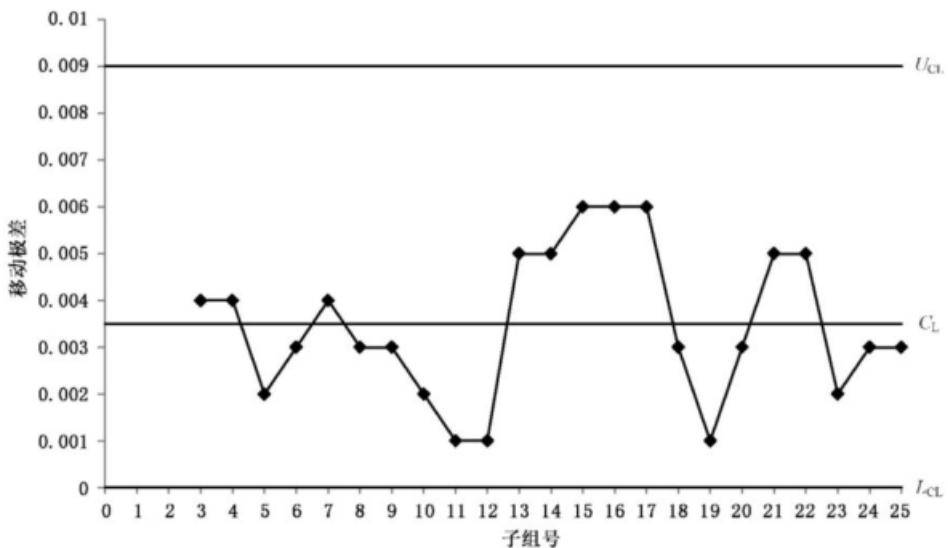
$$U_{CL} = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 0.0036 + 1.023 \times 0.0035 = 0.0072$$

$$L_{CL} = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 0.0036 - 1.023 \times 0.0035 = 0$$

在附录 A 中给出了当样本量  $n=3$  时， $A_2$  的值为 1.023。控制图如图 1 所示。



a) 移动平均控制图



b) 移动极差控制图

图 1 移动平均和移动极差控制图

#### 6.6.4 解释

过程显示处于统计受控状态。

### 7 Z 图

#### 7.1 概述

当产品种类繁多、规格不同,生产规模小,且样本量或批量大小不同时,可使用一张控制图对生产过程进行控制。当产品存在本质差异时,允许的控制特性的波动程度可能不同,故使用常规控制图确定控制限就会出现问题。此外,还可能存在过程目标值会随着时间不断变化而不恒定的情形。

这种情形下,常用的控制图如 $(\bar{X}, R)$ 或者 $(\bar{X}, s)$ 不能作为监测过程和判定异常的依据,而Z图适用于这种情形。该方法的基础是将所有观测值都标准化后再进行分析处理,以消除不同产品参数(均值和标准差)的差异。只要同一类别或同一规格型号的产品的标准差是已知的,通过标准化变换 $z = (x - \mu)/\sigma$ ,使得每个观测值服从标准正态分布。如果过程是处于统计受控状态,那么服从标准正态分布的变量将介于-3和+3之间。这种类型的图称为Z图。

#### 7.2 控制限

$$C_L = 0$$

$$U_{CL} = +3$$

$$L_{CL} = -3$$

#### 7.3 优点

Z图的优点是计算过程简单且结果展示清晰,最重要的是使得监控过程和结果判异可以使用常规控制图的方法。

#### 7.4 不足

由于Z图需要历史数据来估计标准差,因此当没有历史数据时,可能很难应用Z图。

#### 7.5 示例

##### 7.5.1 炼钢熔炉温度

炼钢用的石墨棒是在熔炉里烘烤的,在不同的时间点(子组),炉内温度不同。表2给出了不同时间的温度目标值和炉内温度固有标准差估计值。不同子组的标准正态变量 $z$ 值已经计算并由表2给出。如果 $z$ 值高于+3或低于-3,则处于失控状态。控制图如图2所示。

表2 炉内温度的子组结果

| 子组号 | 时间<br>$h$ | 目标值<br>$\mu$ | 历史数据的标准差<br>$\sigma$ | 观测值<br>$x$ | $z = \frac{(x - \mu)}{\sigma}$ | 备注 |
|-----|-----------|--------------|----------------------|------------|--------------------------------|----|
| 1   | 2         | 205          | 2.12                 | 200        | -2.36                          |    |
| 2   | 4         | 210          | 7.07                 | 200        | -1.41                          |    |
| 3   | 6         | 210          | 8.48                 | 210        | 0.00                           |    |
| 4   | 8         | 220          | 6.36                 | 215        | -0.79                          |    |

表 2 炉内温度的子组结果 (续)

| 子组号 | 时间<br><i>h</i> | 目标值<br><i>μ</i> | 历史数据的标准差<br><i>σ</i> | 观测值<br><i>x</i> | $z = \frac{(x - \mu)}{\sigma}$ | 备注     |
|-----|----------------|-----------------|----------------------|-----------------|--------------------------------|--------|
| 5   | 10             | 220             | 7.07                 | 215             | -0.71                          |        |
| 6   | 12             | 230             | 7.07                 | 220             | -1.41                          |        |
| 7   | 14             | 230             | 6.36                 | 225             | -0.79                          |        |
| 8   | 16             | 230             | 17.68                | 240             | 0.57                           |        |
| 9   | 18             | 240             | 11.31                | 245             | 0.44                           |        |
| 10  | 20             | 240             | 10.61                | 260             | 1.89                           |        |
| 11  | 22             | 240             | 7.07                 | 265             | 3.54                           | 供暖系统故障 |
| 12  | 24             | 240             | 3.53                 | 245             | 1.42                           |        |
| 13  | 26             | 240             | 5.53                 | 255             | 2.71                           |        |
| 14  | 28             | 250             | 8.08                 | 260             | 1.24                           |        |
| 15  | 30             | 250             | 12.65                | 270             | 1.58                           |        |
| 16  | 32             | 250             | 13.62                | 285             | 2.57                           |        |
| 17  | 34             | 260             | 10.50                | 285             | 2.38                           |        |
| 18  | 36             | 260             | 10.07                | 285             | 2.48                           |        |
| 19  | 38             | 270             | 8.48                 | 285             | 1.77                           |        |
| 20  | 40             | 270             | 6.36                 | 285             | 2.36                           |        |
| 21  | 42             | 270             | 7.07                 | 285             | 2.12                           |        |
| 22  | 44             | 270             | 7.07                 | 285             | 2.12                           |        |
| 23  | 46             | 280             | 6.36                 | 300             | 3.14                           |        |
| 24  | 48             | 280             | 7.67                 | 300             | 2.61                           |        |
| 25  | 50             | 320             | 4.95                 | 330             | 2.02                           |        |
| 26  | 52             | 380             | 4.95                 | 350             | -6.06                          |        |
| 27  | 54             | 460             | 5.15                 | 430             | -5.83                          |        |
| 28  | 56             | 480             | 6.70                 | 460             | -2.99                          |        |
| 29  | 58             | 550             | 8.10                 | 530             | -2.47                          |        |
| 30  | 60             | 550             | 5.10                 | 545             | -0.98                          |        |
| 31  | 62             | 550             | 4.80                 | 555             | 1.04                           |        |
| 32  | 64             | 550             | 5.25                 | 550             | 0.00                           |        |
| 33  | 66             | 550             | 4.50                 | 545             | -1.11                          |        |
| 34  | 68             | 550             | 6.02                 | 540             | -1.66                          |        |
| 35  | 70             | 550             | 8.07                 | 530             | -2.48                          |        |
| 36  | 72             | 460             | 7.80                 | 450             | -1.28                          |        |
| 37  | 74             | 340             | 10.2                 | 350             | 0.98                           |        |
| 38  | 76             | 300             | 8.76                 | 310             | 1.14                           |        |

注：在表 2 的备注中可以记录诸如原材料、班次、操作人员等变化事件，以方便确定该阶段变异的可查明原因。





表 3 直径测量的子组结果(超过 12 mm 的微米)(续)

| 子组号 | 轴数 | 直径   |      | 平均值<br>$\bar{x}$ |   | 极差<br>$R$ |   | 备注 |
|-----|----|------|------|------------------|---|-----------|---|----|
|     |    | 工件 1 | 工件 2 |                  |   |           |   |    |
| 2   | 1  | 6    | 6    | 6.0              | H | 0         |   |    |
|     | 2  | 6    | 6    | 6.0              | H | 0         |   |    |
|     | 3  | 5    | 6    | 5.5              |   | 1         |   |    |
|     | 4  | 5    | 5    | 5.0              | L | 0         |   |    |
|     | 5  | 5    | 6    | 5.5              |   | 1         |   |    |
|     | 6  | 7    | 5    | 6.0              | H | 2         | H |    |
| 3   | 1  | 5    | 6    | 5.5              |   | 1         | H |    |
|     | 2  | 6    | 6    | 6.0              | H | 0         |   |    |
|     | 3  | 5    | 5    | 5.0              | L | 0         |   |    |
|     | 4  | 6    | 5    | 5.5              |   | 1         | H |    |
|     | 5  | 5    | 5    | 5.0              | L | 0         |   |    |
|     | 6  | 6    | 6    | 6.0              | H | 0         |   |    |
| 4   | 1  | 5    | 6    | 5.5              |   | 1         |   |    |
|     | 2  | 6    | 5    | 5.5              |   | 1         |   |    |
|     | 3  | 5    | 5    | 5.0              |   | 0         |   |    |
|     | 4  | 4    | 4    | 4.0              | L | 0         |   |    |
|     | 5  | 5    | 7    | 6.0              | H | 2         | H |    |
|     | 6  | 6    | 4    | 5.0              |   | 2         | H |    |
| 5   | 1  | 5    | 6    | 5.5              |   | 1         |   |    |
|     | 2  | 5    | 4    | 4.5              | L | 1         |   |    |
|     | 3  | 6    | 5    | 5.5              |   | 1         |   |    |
|     | 4  | 7    | 4    | 5.5              |   | 3         | H |    |
|     | 5  | 7    | 6    | 6.5              | H | 1         |   |    |
|     | 6  | 5    | 7    | 6.0              |   | 2         |   |    |
| 6   | 1  | 5    | 5    | 5.0              | L | 0         |   |    |
|     | 2  | 6    | 5    | 5.5              |   | 1         |   |    |
|     | 3  | 4    | 7    | 5.5              |   | 3         | H |    |
|     | 4  | 7    | 6    | 6.5              | H | 1         |   |    |
|     | 5  | 5    | 5    | 5.0              | L | 0         |   |    |
|     | 6  | 6    | 5    | 5.5              |   | 1         |   |    |
|     |    | 合计   |      | 195.5            |   | 35        |   |    |

### 8.5.2 基于组的极差控制图的控制限

根据公式(7)、公式(8)和公式(9)可得：

$$C_L = \bar{R} = \frac{35}{36} = 0.97 \mu\text{m} = 0.00097 \text{ mm}$$

$$U_{CL} = D_4 \bar{R} = 3.267 \times 0.97 = 3.17 \mu\text{m} = 0.00317 \text{ mm}$$

$$L_{CL} = D_3 \bar{R} = 0 \times 0.97 = 0 \mu\text{m}$$

从附录 A 中可知，在样本量  $n=2$  时的  $D_3$  和  $D_4$  的值分别为 0 和 3.267。因为所有极差值小于上控制限  $U_{CL}$ ，极差是均匀分布的。因此，平均极差可以用于计算基于组的均值控制图的控制限。

### 8.5.3 基于组的均值控制图的控制限

根据公式(10)、公式(11)和公式(12)可得：

$$C_L = \bar{x} = \frac{195.5}{36} = 5.43 \mu\text{m} = 0.00543 \text{ mm}$$

$$U_{CL} = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 5.43 + 1.88 \times 0.97 = 7.25 \mu\text{m} = 0.00725 \text{ mm}$$

$$L_{CL} = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 5.43 - 1.88 \times 0.97 = 3.61 \mu\text{m} = 0.00361 \text{ mm}$$

从附录 A 中可知，样本量为 2 时的  $A_2$  值为 1.88。

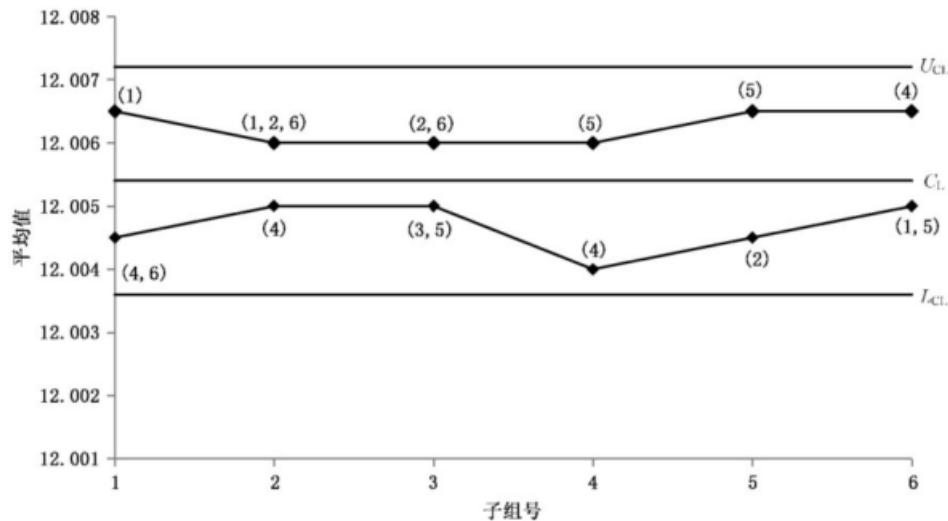
由于数值超过 12 mm，因此基于组的均值控制图的实际控制限为：

$$C_L = 12.0054 \text{ mm}$$

$$U_{CL} = 12.0073 \text{ mm}$$

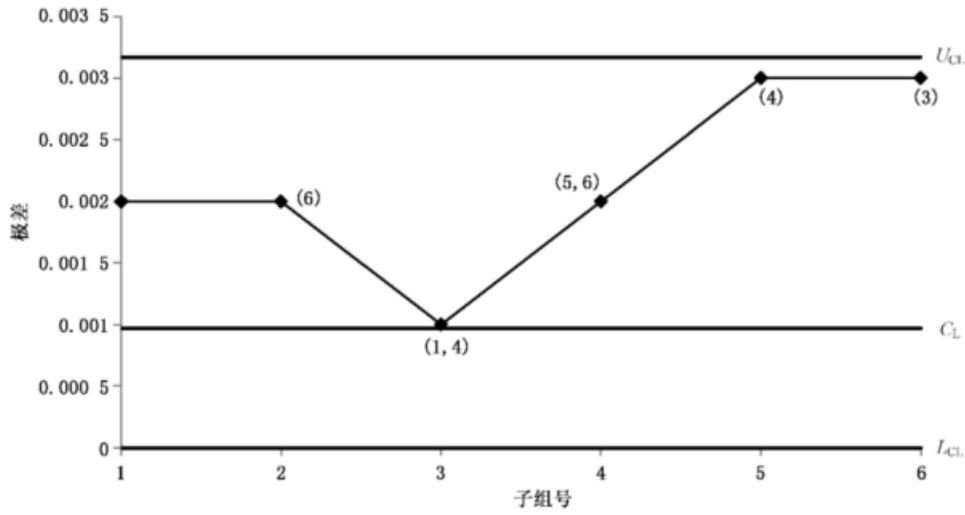
$$L_{CL} = 12.0036 \text{ mm}$$

图 3 绘制的是基于组的均值控制图和基于组的极差控制图。在基于组的均值控制图中，绘制最大平均值和最小平均值以及对应的来源标识（主轴数）。类似地，在基于组的极差控制图中，绘制最大的极差和对应的来源标识（主轴数）。



a) 基于组的均值控制图

图 3 基于组的均值控制图和基于组的极差控制图



b) 基于组的极差控制图

图 3 基于组的均值控制图和基于组的极差控制图(续)

#### 8.5.4 解释

未发现过程失控。

### 9 极值控制图

#### 9.1 概述

在大批量生产且生产顺序无法追溯时,例如,在批量生产(如镀锌、退火热处理)中生产顺序丢失,且由于多个批次混在一起,系统变异成为进一步处理的固有部分。在这种情况下,为使用简单起见,宜将最大值和最小值绘制在同一个控制图中,或者使用通常所说的极值控制图来代替传统的常规控制图。

#### 9.2 控制限

##### 9.2.1 均值和标准差都未知

当从历史数据中无法得到过程均值和标准差时,利用收集到的初始数据对其进行估计,并计算控制限如下:

$$C_L = \frac{(\bar{x}_H + \bar{x}_L)}{2} = \bar{M} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

$$U_{CL} = \bar{M} + H_2 \bar{R} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

$$L_{CL} = \bar{M} - H_2 \bar{R} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

在  $\bar{R} = \bar{x}_H - \bar{x}_L$  中  $x_H$  和  $x_L$  分别表示每个子组中的最大值和最小值,  $\bar{x}_H$  和  $\bar{x}_L$  分别表示各子组中最大值和最小值的平均值。 $H_2$  的值在附录 A 中给出。

##### 9.2.2 均值和标准差已知

如果过程均值  $\mu$  和标准差  $\sigma$  均已知,则控制限为:

$$C_L = \mu \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

$$U_{CL} = \mu + H\sigma \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$



表 4 螺栓头部直径的最值的子组结果

| 子组号                                                | 最大值<br>( $x_H$ )<br>(mm) | 最小值<br>( $x_L$ )<br>(mm) | 备注     |
|----------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------|
| 1                                                  | 4.00                     | 3.96                     |        |
| 2                                                  | 3.99                     | 3.95                     |        |
| 3                                                  | 3.99                     | 3.97                     |        |
| 4                                                  | 4.00                     | 3.97                     |        |
| 5                                                  | 3.99                     | 3.97                     |        |
| 6                                                  | 4.00                     | 3.97                     |        |
| 7                                                  | 3.98                     | 3.96                     |        |
| 8                                                  | 3.99                     | 3.98                     |        |
| 9                                                  | 4.00                     | 3.98                     |        |
| 10                                                 | 3.99                     | 3.97                     |        |
| 11                                                 | 4.00                     | 3.98                     |        |
| 12                                                 | 4.01                     | 3.98                     |        |
| 13                                                 | 3.98                     | 3.97                     |        |
| 14                                                 | 4.00                     | 3.98                     | 改变原材料  |
| 15                                                 | 3.98                     | 3.97                     |        |
| 16                                                 | 3.96                     | 3.95                     |        |
| 17                                                 | 3.96                     | 3.94                     |        |
| 18                                                 | 3.96                     | 3.94                     |        |
| 19                                                 | 3.98                     | 3.93                     |        |
| 20                                                 | 3.98                     | 3.93                     |        |
| 21                                                 | 3.97                     | 3.94                     | 更换破损工具 |
| 22                                                 | 3.97                     | 3.95                     |        |
| 23                                                 | 3.97                     | 3.94                     |        |
| 24                                                 | 3.97                     | 3.95                     |        |
| 25                                                 | 3.97                     | 3.95                     |        |
| 合计                                                 | 99.59                    | 98.98                    |        |
| 注：在表 4 的备注中可以记录诸如原材料、班次、操作人员等的变化事件，以方便确定该阶段的非随机原因。 |                          |                          |        |

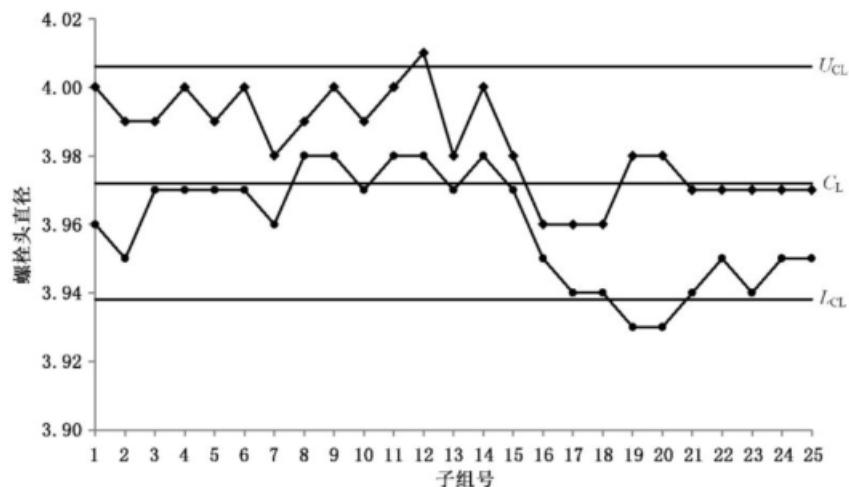


图 4 极值控制图

### 9.6.2 解释

表 4 中的第 19 和 20 点表示了由于使用工具所导致的变异增大。该过程的平均值很不稳定, 前期(前 7 点)、中期(8 点至 15 点)和后期的平均值是不同的。不过可以通过监测相关的独立过程参数来实现稳定性。

## 10 趋势控制图

### 10.1 概述

在某些行业中, 过程水平会在生产过程中发生系统性变化。例如, 机床车间的工具会因使用而逐渐磨损;水压会随着水量的减少而逐渐降低;随着时间的推移, 化学物质的浓度会逐渐降低, 化学反应速率也会减缓。在工具磨损的情形下, 需要对工具进行调整或者打磨锐化, 以避免生产出不合格品, 但另一方面, 为了更换或调整工具而过多的中断生产过程又是不可取的。所以追求综合成本的最小化, 既要考虑不合格品的成本, 也要考虑更换或调整工具的成本。

在这种情形下, 造成过程变异的原因不仅有随机原因, 还有可查明原因, 为了控制过程成本,  $(\bar{X}, R)$  常规控制图不适用。此时可以使用趋势控制图, 因为该方法样本的收集方式为, 将相邻子组的过程水平视为不变(或相差不多), 且每一个子组中的产品都是在该生产过程中连续产出的, 并在固定间隔(或周期性间隔)抽取子组样本, 这时所得到的样本使得趋势对子组的极差影响最小。

### 10.2 控制限

#### 10.2.1 极差图的控制限

$$C_L = \bar{R}$$

$$U_{CL} = D_4 \bar{R}$$

$$L_{CL} = D_3 \bar{R}$$

其中  $\bar{R}$  是极差的平均值。

#### 10.2.2 均值图的控制限

第  $k$  个子组的平均值  $\bar{x}_k$  可以表示为  $\bar{x}_k = a + bk$ , 其中  $a$  和  $b$  是常数, 并由公式(19)和公式(20)

确定:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^k (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})(i - \bar{k})}{\sum_{i=1}^k (i - \bar{k})^2} = \frac{12 \sum_{i=1}^k \bar{x}_i(i - \bar{k})}{k(k^2 - 1)} \quad \text{.....(19)}$$

$$a = \bar{\bar{x}} - b\bar{k} \quad \text{.....(20)}$$

均值控制限:

$$C_L = a + bk \quad \text{.....(21)}$$

$$U_{CL} = a + bk + A_2 \bar{R} \quad \text{.....(22)}$$

$$L_{CL} = a + bk - A_2 \bar{R} \quad \text{.....(23)}$$

控制限公式中的  $A_2$ 、 $D_3$  和  $D_4$  的值在附录 A 中给出。

### 10.3 优点

趋势控制图不仅可以尽可能少的调整生产过程,降低相应的成本,而且其判断过程是否受控的准则也与常规控制图相同。

### 10.4 不足

趋势控制图的不足有:

- a) 只有在过程能力非常高的情形下才有用;
- b) 仅在不涉及进一步装配的情形下适用;
- c) 不如常规控制图的均值控制图有效。

### 10.5 示例

#### 10.5.1 起动机机头厚度

表 5 中给出了用新工具加工起动机机头厚度的具体数据,这些数据按生产周期定期收集,并按顺序记录,共有 25 个子组,每组 5 个样本,包含每个子组的均值和极差。

表 5 起动机机头厚度子组结果

| 子组号<br><i>i</i> | 均值<br>$\bar{x}_i$ | 极差<br>mm | $i - \bar{k}$ | $x_i(i - \bar{k})$ | $U_{CL}$ | $L_{CL}$ | $C_L$   | 备注   |
|-----------------|-------------------|----------|---------------|--------------------|----------|----------|---------|------|
| 1               | 1.962             | 0.03     | -12           | -23.544            | 1.972 7  | 1.954 2  | 1.963 5 |      |
| 2               | 1.964             | 0.00     | -11           | -21.604            | 1.973 9  | 1.955 4  | 1.964 7 |      |
| 3               | 1.960             | 0.03     | -10           | -19.600            | 1.975 0  | 1.956 5  | 1.965 8 |      |
| 4               | 1.966             | 0.02     | -9            | -17.694            | 1.976 2  | 1.957 7  | 1.967 0 | 批次变化 |
| 5               | 1.968             | 0.03     | -8            | -15.744            | 1.977 4  | 1.958 9  | 1.968 2 |      |
| 6               | 1.968             | 0.02     | -7            | -13.776            | 1.978 6  | 1.960 1  | 1.969 4 |      |
| 7               | 1.970             | 0.01     | -6            | -11.820            | 1.979 8  | 1.961 3  | 1.970 6 |      |
| 8               | 1.974             | 0.02     | -5            | -9.870             | 1.980 9  | 1.962 4  | 1.971 7 |      |
| 9               | 1.972             | 0.00     | -4            | -7.888             | 1.982 1  | 1.963 6  | 1.972 9 | 班次变化 |
| 10              | 1.976             | 0.01     | -3            | -5.928             | 1.983 3  | 1.964 8  | 1.974 1 |      |

表 5 起动机机头厚度子组结果 (续)

| 子组号<br><i>i</i>                                    | 均值<br>$\bar{x}_i$ | 极差<br>mm | $i - \bar{k}$ | $x_i(i - \bar{k})$ | $U_{cl}$ | $L_{cl}$ | $C_L$   | 备注   |
|----------------------------------------------------|-------------------|----------|---------------|--------------------|----------|----------|---------|------|
| 11                                                 | 1.976             | 0.01     | -2            | -3.952             | 1.984 5  | 1.966 0  | 1.975 3 |      |
| 12                                                 | 1.980             | 0.01     | -1            | -1.980             | 1.985 7  | 1.967 2  | 1.976 5 |      |
| 13                                                 | 1.978             | 0.02     | 0             | 0.000              | 1.986 8  | 1.968 3  | 1.977 6 | 工具更换 |
| 14                                                 | 1.982             | 0.03     | 1             | 1.982              | 1.988 0  | 1.969 5  | 1.978 8 |      |
| 15                                                 | 1.984             | 0.01     | 2             | 3.968              | 1.989 2  | 1.970 7  | 1.980 0 |      |
| 16                                                 | 1.980             | 0.03     | 3             | 5.940              | 1.990 4  | 1.971 9  | 1.981 2 |      |
| 17                                                 | 1.984             | 0.02     | 4             | 7.936              | 1.991 6  | 1.973 1  | 1.982 4 |      |
| 18                                                 | 1.986             | 0.00     | 5             | 9.930              | 1.992 7  | 1.974 2  | 1.983 5 |      |
| 19                                                 | 1.986             | 0.03     | 6             | 11.916             | 1.993 9  | 1.975 4  | 1.984 7 |      |
| 20                                                 | 1.988             | 0.00     | 7             | 13.916             | 1.995 1  | 1.976 6  | 1.985 9 |      |
| 21                                                 | 1.988             | 0.01     | 8             | 15.904             | 1.996 3  | 1.977 8  | 1.987 1 |      |
| 22                                                 | 1.990             | 0.02     | 9             | 17.910             | 1.997 5  | 1.979 0  | 1.988 3 |      |
| 23                                                 | 1.992             | 0.01     | 10            | 19.920             | 1.998 6  | 1.980 1  | 1.989 4 |      |
| 24                                                 | 1.980             | 0.02     | 11            | 21.780             | 1.999 8  | 1.981 3  | 1.990 6 |      |
| 25                                                 | 1.986             | 0.01     | 12            | 23.832             | 2.001 0  | 1.982 5  | 1.991 8 |      |
| 合计                                                 | 49.440            | 0.40     | 0             | 1.534 0            |          |          |         |      |
| 注：在表 5 的备注中可以记录诸如原材料、班次、操作人员等的变化事件，以方便确定该阶段的可查明原因。 |                   |          |               |                    |          |          |         |      |

### 10.5.2 极差图的控制限

$$C_L = \bar{R} = \frac{0.40}{25} = 0.016$$

$$U_{cl} = D_4 \bar{R} = 2.115 \times 0.016 = 0.034$$

$$L_{cl} = D_3 \bar{R} = 0 \times 0.016 = 0$$

所有极差值都小于  $D_4 \bar{R}$ 。因此，以上结果可以作为控制限。

### 10.5.3 均值图的控制限

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i}{25} = \frac{49.440}{25} = 1.977 6$$

$$\bar{k} = \frac{k+1}{2} = \frac{25+1}{2} = 13$$

根据公式(19)和公式(20)可得：

$$b = \frac{12 \sum_{i=1}^k \bar{x}_i(i - \bar{k})}{k(k^2 - 1)} = \frac{12 \times 1.534}{25(25^2 - 1)} = 0.001 18$$

$$a = \bar{\bar{x}} - b\bar{k} = 1.977 6 - 0.001 18 \times 13 = 1.962 3$$

由公式(21)、公式(22)和公式(23)可计算得：

$$C_L = a + bk = 1.9623 + 0.00118k$$

$$U_{CL} = a + bk + A_2 \bar{R} = 1.9623 + 0.00118k + 0.577 \times 0.016 = 1.9715 + 0.00118k$$

$$L_{CL} = a + bk - A_2 R = 1.9623 + 0.00118k - 0.577 \times 0.016 = 1.9530 + 0.00118k$$

图5是根据表5绘制的均值趋势控制图和极差趋势控制图。

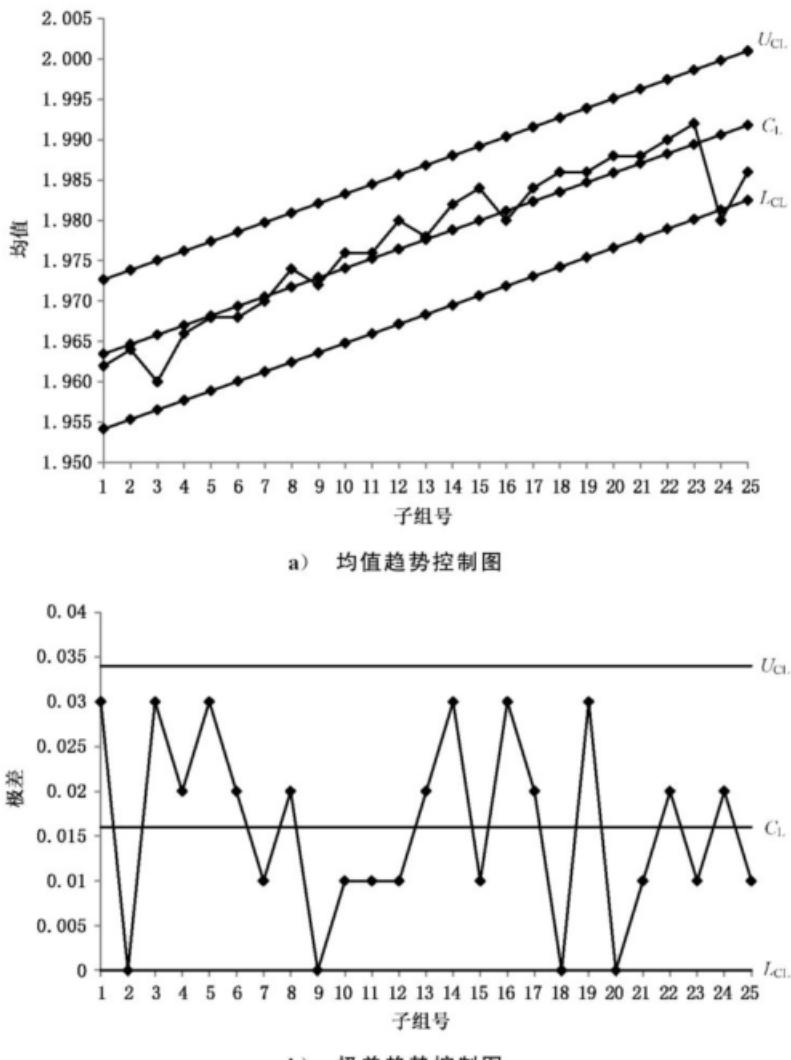


图5 趋势控制图

#### 10.5.4 解释

由极差趋势控制图可明显看出，过程变异处于统计受控状态。同时，均值趋势图中大部分点都聚集在中心线附近，也符合极差趋势图中的过程状态。为了评估过程改进的潜力，还要检查过程模式和抽样方法是否存在潜在的系统性影响。

### 11 变异系数控制图

#### 11.1 概述

当样本具有不同均值和标准差，但其比率相同时，可以用变异系数  $CV$  来有效描述过程特性的变



表 6 10 m 长纱条重量数据的子组结果

| 子组号                                               | 某回潮率下 10 m 长重量<br>g |     |     |     |     | 平均值   | 标准差   | 变异系数   | 备注                 |
|---------------------------------------------------|---------------------|-----|-----|-----|-----|-------|-------|--------|--------------------|
| 1                                                 | 751                 | 681 | 708 | 748 | 704 | 718.4 | 30.22 | 4.21   |                    |
| 2                                                 | 808                 | 794 | 839 | 887 | 811 | 827.8 | 36.90 | 4.46   |                    |
| 3                                                 | 760                 | 731 | 774 | 771 | 765 | 760.2 | 17.20 | 2.26   |                    |
| 4                                                 | 794                 | 794 | 777 | 774 | 811 | 790.0 | 14.98 | 1.90   |                    |
| 5                                                 | 714                 | 712 | 695 | 697 | 703 | 704.2 | 8.58  | 1.22   |                    |
| 6                                                 | 735                 | 735 | 760 | 705 | 764 | 739.8 | 23.72 | 3.21   |                    |
| 7                                                 | 730                 | 735 | 780 | 715 | 705 | 733.0 | 28.85 | 3.94   |                    |
| 8                                                 | 735                 | 820 | 700 | 765 | 790 | 762.0 | 46.72 | 6.13   |                    |
| 9                                                 | 740                 | 745 | 705 | 765 | 715 | 734.0 | 24.08 | 3.28   |                    |
| 10                                                | 695                 | 725 | 745 | 730 | 770 | 733.0 | 27.52 | 3.75   |                    |
| 11                                                | 645                 | 640 | 685 | 660 | 657 | 657.4 | 17.50 | 2.66   |                    |
| 12                                                | 655                 | 690 | 605 | 618 | 655 | 644.6 | 33.74 | 5.23   |                    |
| 13                                                | 662                 | 682 | 655 | 705 | 670 | 674.8 | 19.64 | 2.91   |                    |
| 14                                                | 620                 | 610 | 630 | 610 | 695 | 633.0 | 35.64 | 5.63   |                    |
| 15                                                | 760                 | 710 | 740 | 690 | 745 | 729.0 | 28.37 | 3.89   |                    |
| 16                                                | 632                 | 703 | 688 | 655 | 740 | 683.6 | 42.00 | 6.14   |                    |
| 17                                                | 720                 | 700 | 681 | 777 | 792 | 734.0 | 48.41 | 6.60   |                    |
| 18                                                | 600                 | 612 | 697 | 775 | 780 | 692.8 | 85.91 | 12.40  |                    |
| 19                                                | 717                 | 690 | 753 | 686 | 681 | 705.4 | 30.04 | 4.26   | 产品变化(原材料和<br>湿度调整) |
| 20                                                | 795                 | 822 | 707 | 725 | 774 | 764.6 | 47.94 | 6.27   |                    |
| 21                                                | 605                 | 715 | 764 | 655 | 660 | 679.8 | 61.10 | 8.99   |                    |
| 22                                                | 810                 | 740 | 825 | 733 | 796 | 780.8 | 41.79 | 5.35   |                    |
| 23                                                | 650                 | 600 | 693 | 651 | 666 | 652.0 | 33.86 | 5.19   |                    |
| 24                                                | 700                 | 767 | 720 | 783 | 710 | 736.0 | 36.74 | 4.99   |                    |
| 25                                                | 665                 | 640 | 700 | 653 | 704 | 672.4 | 28.47 | 4.23   |                    |
| 合计                                                |                     |     |     |     |     |       |       | 119.10 |                    |
| 注：在表 6 备注中可以记录诸如原材料、班次、操作人员等的变化事件，以方便确定该阶段的可查明原因。 |                     |     |     |     |     |       |       |        |                    |

### 11.5.2 控制限

根据公式(24)、公式(25)和公式(26)可计算得：

$$C_L = \bar{\nu} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \nu_i = \frac{119.10}{25} = 4.76$$

$$U_{CL} = B_4 \bar{\nu} = 2.089 \times 4.76 = 9.94$$

$$L_{CL} = B_3 \bar{v} = 0 \times 4.76 = 0$$

由附录 A 中可查得样本量为 5 时  $B_3$  和  $B_4$  的取值分别为 0 和 2.089, 图 6 中的变异系数控制图上标出了数据点和控制限。

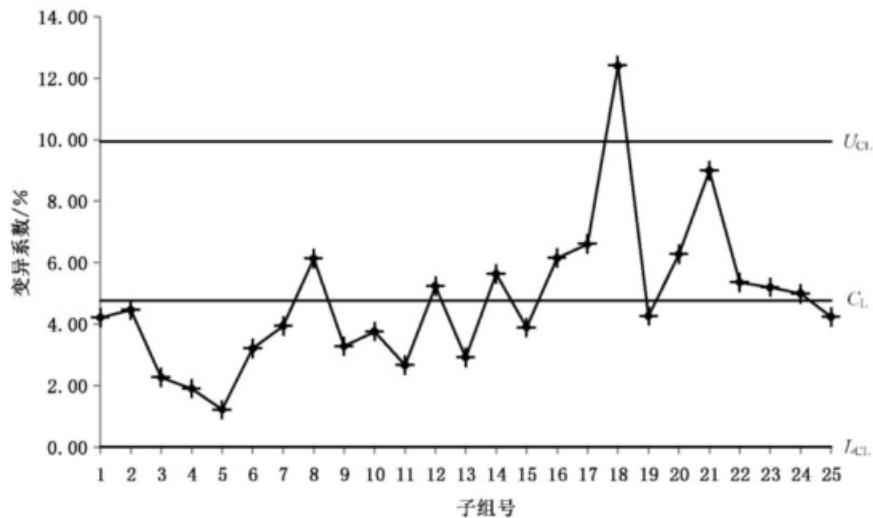


图 6 变异系数控制图

### 11.5.3 解释

由图 6 明显看出：

- 前 7 个点变异系数低于均值, 可能是由于低标准差或高均值或两者兼而有之, 值得进一步研究;
- 第 8 个点到第 17 个点处于统计受控状态, 但第 18 个点处于失控状态, 可能由于标准差增加或者均值降低, 需要对其进行调整。

## 12 非正态数据控制图

### 12.1 概述

常规控制图是基于质量特性服从正态分布这一基本假设所建立的, 样本越偏离正态分布, 其灵敏度就会越低。而例如服务业(如医院、商业设施等)、特殊工艺(如焊接)、化学过程等中的某些过程服从非正态分布。

因此, 在使用常规控制图之前, 需要先检验数据的正态性, 如果数据不服从正态分布, 应先查明不服从正态分布的原因, 如果经确认数据服从某一其他分布, 则按照其分布构建上下限, 如果数据不满足上述情形, 可以使用下列方法。

- 增加子组数量。根据中心极限定理, 当子组数增加时, 子组均值的分布将趋于正态分布。
- 将数据变换为服从正态分布。可以使用 Johnson 族变换或 Box-Cox 变换。
- 如果以上两种方法均不适用, 可以使用合适的概率纸或统计软件来计算分位点。还可以使用标准化的皮尔逊曲线进行计算, 这时不仅需要估计数据的均值和标准差, 还需要估计偏度和峰度。见 ISO/TR 22514-4。

### 12.2 控制限

#### 12.2.1 极差图的控制限

$$C_L = \bar{R}$$



表 7 样本到达抽血室所用时间(分钟)的子组结果(续)

| 子组号 | 单位样本所用时间<br>min |      |      |      |      |      |      |      |      |      | $\bar{x}_i$ | $s_i$ |
|-----|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------------|-------|
|     | 4               | 0.14 | 0.13 | 0.17 | 0.19 | 0.13 | 0.10 | 0.21 | 0.08 | 0.17 | 0.18        |       |
| 5   | 0.17            | 0.10 | 0.10 | 0.18 | 0.18 | 0.17 | 0.15 | 0.20 | 0.18 | 0.16 | 0.159       | 0.034 |
| 6   | 0.08            | 0.16 | 0.16 | 0.17 | 0.17 | 0.11 | 0.11 | 0.15 | 0.14 | 0.17 | 0.142       | 0.032 |
| 7   | 0.14            | 0.19 | 0.15 | 0.16 | 0.14 | 0.17 | 0.16 | 0.16 | 0.16 | 0.07 | 0.150       | 0.032 |
| 8   | 0.18            | 0.09 | 0.06 | 0.13 | 0.13 | 0.08 | 0.14 | 0.07 | 0.10 | 0.11 | 0.109       | 0.037 |
| 9   | 0.08            | 0.08 | 0.13 | 0.10 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.08 | 0.082       | 0.020 |
| 10  | 0.08            | 0.06 | 0.05 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.09 | 0.076       | 0.013 |
| 11  | 0.08            | 0.09 | 0.08 | 0.09 | 0.12 | 0.08 | 0.08 | 0.06 | 0.08 | 0.09 | 0.085       | 0.015 |
| 12  | 0.10            | 0.08 | 0.10 | 0.07 | 0.14 | 0.12 | 0.12 | 0.08 | 0.10 | 0.11 | 0.102       | 0.021 |
| 13  | 0.09            | 0.10 | 0.10 | 0.09 | 0.11 | 0.10 | 0.08 | 0.08 | 0.09 | 0.10 | 0.094       | 0.010 |
| 14  | 0.09            | 0.08 | 0.18 | 0.11 | 0.08 | 0.10 | 0.10 | 0.13 | 0.12 | 0.12 | 0.111       | 0.030 |
| 15  | 0.08            | 0.08 | 0.08 | 0.15 | 0.16 | 0.19 | 0.19 | 0.16 | 0.13 | 0.09 | 0.131       | 0.045 |
| 16  | 0.11            | 0.06 | 0.07 | 0.14 | 0.11 | 0.18 | 0.15 | 0.09 | 0.13 | 0.14 | 0.118       | 0.037 |
| 17  | 0.13            | 0.17 | 0.12 | 0.14 | 0.13 | 0.16 | 0.08 | 0.16 | 0.12 | 0.11 | 0.132       | 0.027 |
| 18  | 0.09            | 0.13 | 0.07 | 0.12 | 0.11 | 0.07 | 0.12 | 0.16 | 0.07 | 0.16 | 0.110       | 0.035 |
| 19  | 0.12            | 0.13 | 0.15 | 0.22 | 0.17 | 0.17 | 0.14 | 0.17 | 0.12 | 0.16 | 0.155       | 0.030 |
| 20  | 0.07            | 0.14 | 0.19 | 0.11 | 0.18 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.09 | 0.11 | 0.114       | 0.042 |
| 21  | 0.08            | 0.14 | 0.13 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.05 | 0.14 | 0.12 | 0.11 | 0.095       | 0.037 |
| 22  | 0.10            | 0.07 | 0.09 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.05 | 0.08 | 0.06 | 0.093       | 0.029 |
| 23  | 0.05            | 0.09 | 0.07 | 0.13 | 0.07 | 0.05 | 0.08 | 0.08 | 0.10 | 0.07 | 0.079       | 0.024 |
| 24  | 0.05            | 0.08 | 0.05 | 0.06 | 0.03 | 0.07 | 0.09 | 0.10 | 0.05 | 0.07 | 0.065       | 0.021 |
| 25  | 0.06            | 0.09 | 0.06 | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.05 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.069       | 0.016 |
| 26  | 0.07            | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.07 | 0.05 | 0.10 | 0.071       | 0.017 |
| 27  | 0.07            | 0.04 | 0.06 | 0.05 | 0.06 | 0.08 | 0.05 | 0.07 | 0.07 | 0.05 | 0.060       | 0.012 |
| 28  | 0.04            | 0.07 | 0.09 | 0.05 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.06 | 0.14 | 0.072       | 0.028 |
|     | 合计              |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 2.999       | 0.818 |

对表 7 中的样本数据进行安德森-达令(Anderson-Darling)正态性检验,可以看到,数据不服从正态分布,见图 7(图中的点为样本数据,直线为基于数据来自正态分布的回归式)。

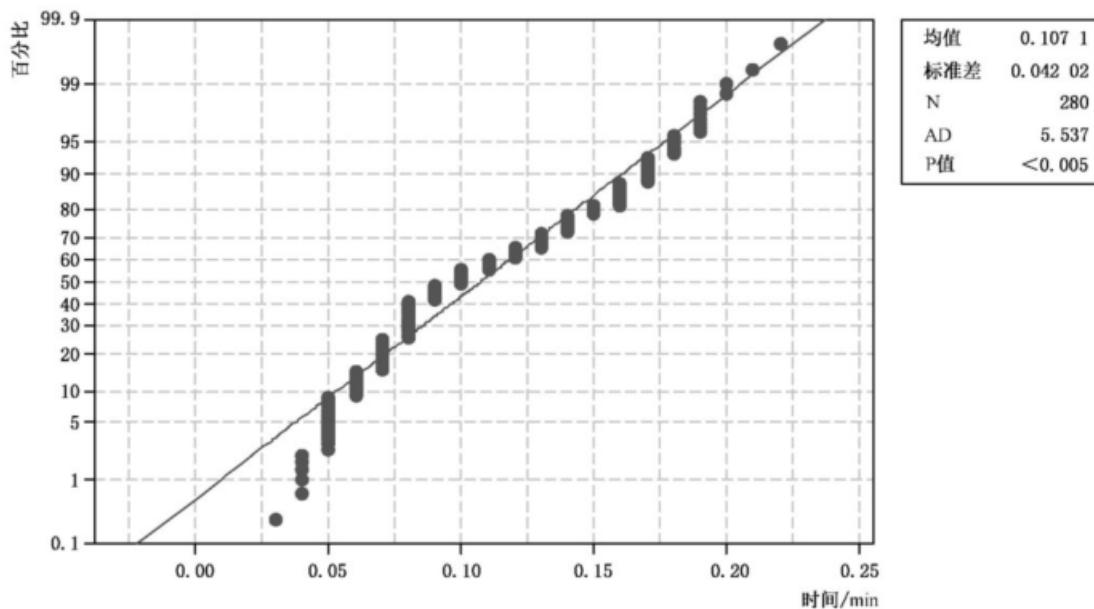


图 7 Anderson-Darling 正态性检验

### 12.3.2 控制限

#### 12.3.2.1 标准差图的控制限

由公式(30)、公式(31)和公式(32)可得：

$$C_L = \bar{s} = \left[ \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i^{-2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{0.0273}{28} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.0312$$

$$U_{CL} = 1.716 \times 0.0312 = 0.0535$$

$$L_{CL} = 0.284 \times 0.0312 = 0.0089$$

在附录 A 中给出  $B_3 = 0.284$  和  $B_4 = 1.716$  的值。所有标准差都在控制限内， $\bar{s}$  是平均标准差。

#### 12.3.2.2 均值图的控制限

根据公式(33)、公式(34)和公式(35)计算得：

$$C_L = \bar{x} = \frac{2.999}{28} = 0.1071$$

$$U_{CL} = \bar{x} + A_3 \bar{s} = 0.107 + 0.975 \times 0.0312 = 0.1375$$

$$L_{CL} = \bar{x} - A_3 \bar{s} = 0.107 - 0.975 \times 0.0312 = 0.0767$$

图 8 为该示例的控制图。

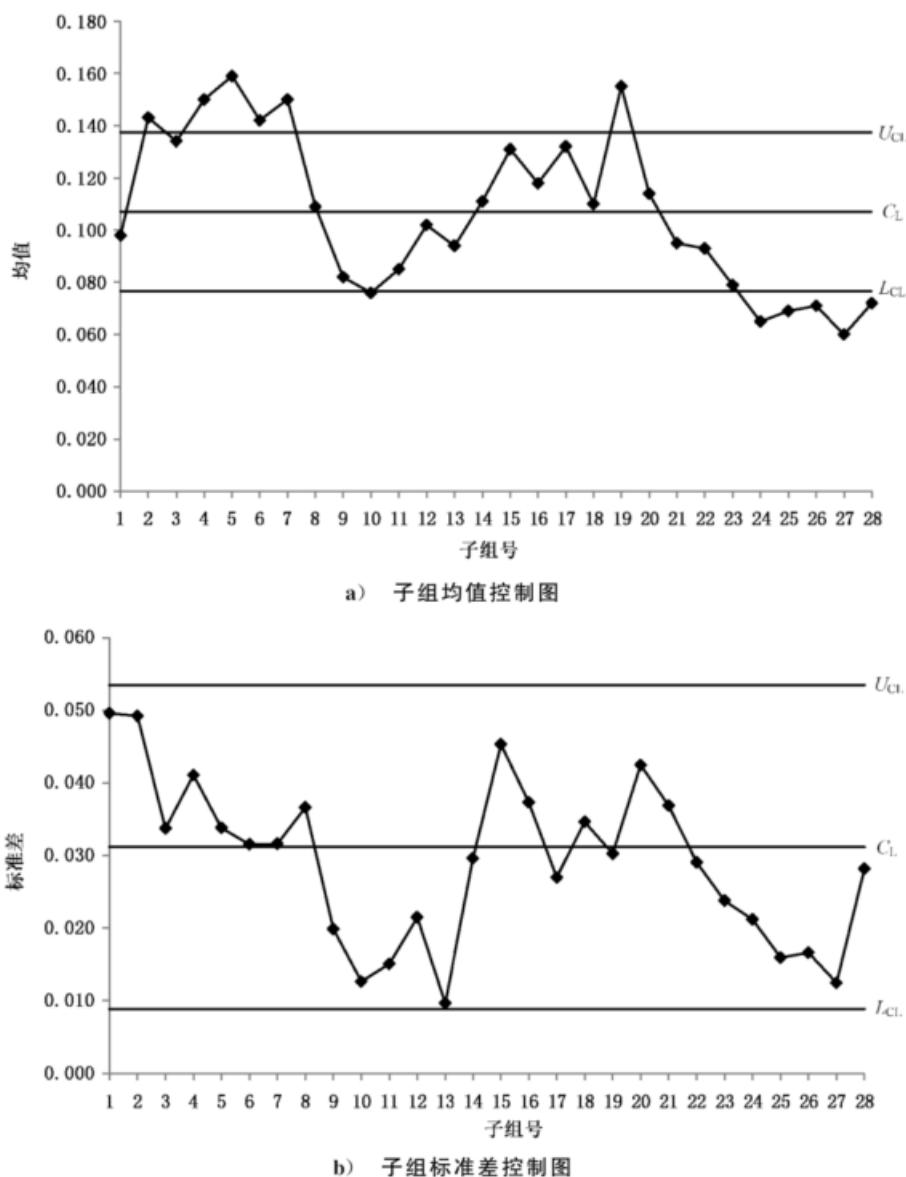


图 8 子组均值控制图和标准差控制图

### 12.3.3 解释

由子组均值控制图和标准差控制图可明显看出以下两点。

- 均值控制图显示血液样本到达实验室的平均时间未处于统计受控状态。28个点中有12个点超出控制限。
- 标准差控制图显示标准差得到了较好的控制,只有一个子组的标准差在控制限上。由图可知,标准差在每7至8天均呈现有系统性变化,这表明存在引起系统性变化的可查明原因,可采取适当措施减少变异。

### 12.3.4 系统原因与纠正措施

均值控制图上的失控点包括许多系统原因:

- 病人年龄;

- b) 注射器使用的针头大小;
- c) 病情;
- d) 一天中的时间;
- e) 提供护理助理;
- f) 医师的技术;
- g) 记录数据的实验室人员;
- h) 要收集的血液量;
- i) 病人在实验室的安置;
- j) 病人的疾病。

采取了下列纠正措施:

- a) 定义了标准操作程序;
- b) 培训医师遵循标准操作程序;
- c) 在任何时间点,由两名医师或护理助理进行操作。

实施上述纠正措施后,收集了新的数据,如表 8 所示。可见数据不服从正态分布,但子组均值服从正态分布。新的控制限计算如下。

表 8 各子组在实施纠正措施后样品到达抽血室所用时间

| 子组号 | 单位样本所用时间<br>min |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 平均值   | 标准差     |
|-----|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|---------|
|     | 1               | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.04 | 0.10 | 0.11 | 0.13  |         |
| 2   | 0.07            | 0.07 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.10 | 0.07 | 0.11 | 0.09 | 0.06 | 0.081 | 0.015 2 |
| 3   | 0.04            | 0.06 | 0.13 | 0.05 | 0.11 | 0.11 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.09 | 0.089 | 0.029 2 |
| 4   | 0.12            | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.04 | 0.09 | 0.073 | 0.023 1 |
| 5   | 0.07            | 0.08 | 0.06 | 0.04 | 0.04 | 0.12 | 0.11 | 0.06 | 0.04 | 0.03 | 0.065 | 0.030 6 |
| 6   | 0.07            | 0.06 | 0.06 | 0.09 | 0.09 | 0.10 | 0.10 | 0.11 | 0.06 | 0.04 | 0.078 | 0.023 7 |
| 7   | 0.05            | 0.05 | 0.11 | 0.05 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.06 | 0.06 | 0.11 | 0.066 | 0.024 1 |
| 8   | 0.13            | 0.06 | 0.07 | 0.05 | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.07 | 0.10 | 0.08 | 0.076 | 0.016 5 |
| 9   | 0.06            | 0.04 | 0.06 | 0.09 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.10 | 0.07 | 0.072 | 0.016 9 |
| 10  | 0.06            | 0.07 | 0.06 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.10 | 0.04 | 0.05 | 0.064 | 0.016 5 |
| 11  | 0.08            | 0.08 | 0.08 | 0.11 | 0.11 | 0.06 | 0.06 | 0.07 | 0.06 | 0.09 | 0.080 | 0.018 9 |
| 12  | 0.10            | 0.07 | 0.06 | 0.07 | 0.04 | 0.06 | 0.10 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.070 | 0.018 3 |
| 13  | 0.07            | 0.07 | 0.02 | 0.02 | 0.07 | 0.07 | 0.09 | 0.05 | 0.06 | 0.05 | 0.057 | 0.022 6 |
| 14  | 0.07            | 0.06 | 0.04 | 0.04 | 0.06 | 0.05 | 0.06 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.061 | 0.015 2 |
| 15  | 0.07            | 0.06 | 0.06 | 0.04 | 0.07 | 0.03 | 0.08 | 0.05 | 0.06 | 0.06 | 0.058 | 0.014 8 |
| 16  | 0.09            | 0.10 | 0.10 | 0.09 | 0.11 | 0.10 | 0.08 | 0.08 | 0.09 | 0.10 | 0.094 | 0.009 7 |
| 17  | 0.12            | 0.13 | 0.05 | 0.12 | 0.10 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.05 | 0.06 | 0.086 | 0.030 3 |
| 18  | 0.08            | 0.09 | 0.06 | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.14 | 0.07 | 0.10 | 0.11 | 0.083 | 0.028 7 |
| 19  | 0.07            | 0.04 | 0.06 | 0.05 | 0.06 | 0.08 | 0.05 | 0.07 | 0.07 | 0.05 | 0.060 | 0.012 5 |
| 20  | 0.08            | 0.09 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.08 | 0.11 | 0.05 | 0.14 | 0.17 | 0.093 | 0.037 1 |
| 合计  |                 |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 1.486 | 0.439 0 |

### 12.3.5 控制限

#### 12.3.5.1 标准差图的控制限

由公式(30)、公式(31)和公式(32)可得：

$$C_L = \bar{s} = \left[ \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{0.0106}{20} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.0231$$

$$U_{CL} = 1.716 \times 0.0231 = 0.0396$$

$$L_{CL} = 0.284 \times 0.0231 = 0.0066$$

#### 12.3.5.2 均值图的控制限

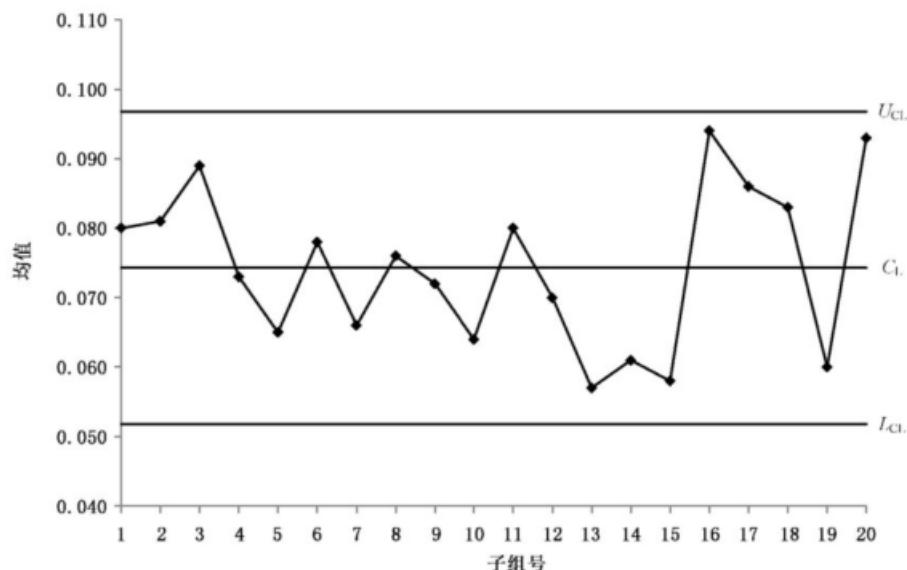
根据公式(33)、公式(34)和公式(35)计算得：

$$C_L = \bar{x} = \frac{1.486}{20} = 0.0743$$

$$U_{CL} = \bar{x} + A_3 \bar{s} = 0.0743 + 0.975 \times 0.0231 = 0.0968$$

$$L_{CL} = \bar{x} - A_3 \bar{s} = 0.0743 - 0.975 \times 0.0231 = 0.0518$$

图9为实施纠正措施后的控制图。对查明的原因采取纠正措施后，均值和标准差都处于统计受控状态。



a) 子组均值控制图

图9 子组均值控制图和标准差控制图

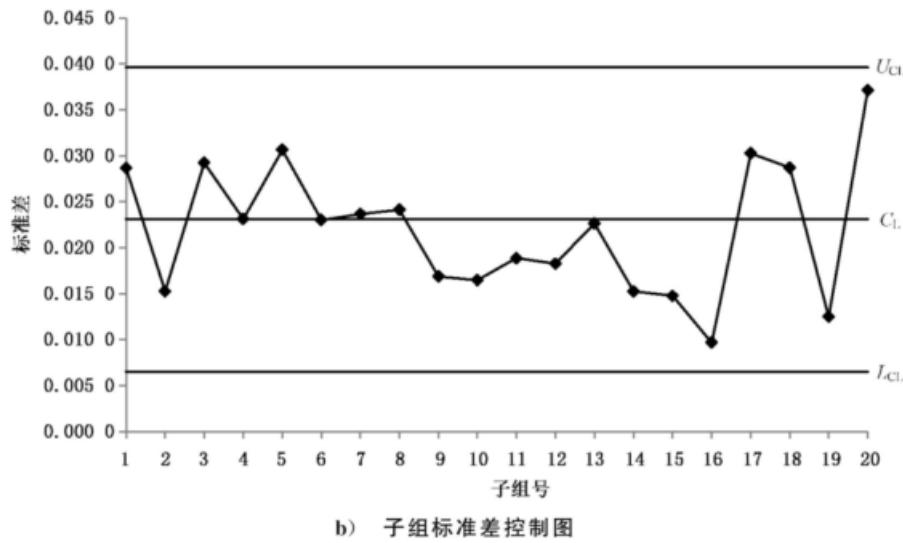


图 9 子组均值控制图和标准差控制图(续)

## 13 标准化 $p$ 控制图

### 13.1 概述

当样本量或批量不规律变动时,宜使用标准化  $p$  控制图。因为它只使用统一的控制限,所以图示更为直观,并且避免出现一个子组较大的  $p$  值落在该子组上控制限内,而另一个子组较小的  $p$  值超出该子组上控制限的混乱情形。

该控制图  $x$  轴按生产序列编号,  $y$  轴表示样本统计量  $z = (\bar{p} - p) \sqrt{n} / \sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})}$ 。

### 13.2 控制限

$$C_L = 0$$

$$U_{CL} = +3$$

$$L_{CL} = -3$$

### 13.3 优点和不足

在标准化  $p$  控制图中,控制限和中心线是固定且便于解释。然而,它需要较多的计算。

### 13.4 示例

#### 13.4.1 不合格显像管数

表 9 给出了连续 25 天制造的显像管数量以及发现的不合格品数。每天  $p$  的标准值如下计算所示:

$$\bar{p} = 1467/28474 = 0.0515$$

$$\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})} = 0.2210$$

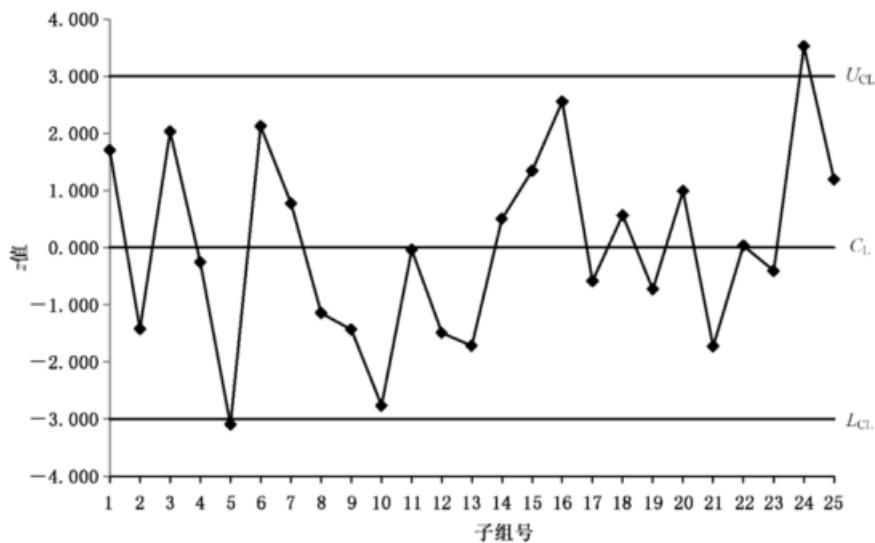
表 9 计算并给出第  $i$  天  $p_i$  的标准值  $z_i = \frac{(p_i - \bar{p}) \sqrt{n_i}}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})}}$ , 其中  $n_i$  为第  $i$  个子组大小。 $U_{CL}$  和  $L_{CL}$  分

别是  $+3$  和  $-3$ 。

控制图绘制在图 10 中。

表 9 不合格显像管数据的子组结果

| 子组号 | 子组大小   | 不合格品数 | $p$   | $z$    | 备注    |
|-----|--------|-------|-------|--------|-------|
| 1   | 2 417  | 143   | 0.059 | 1.668  |       |
| 2   | 2 334  | 105   | 0.045 | -1.421 |       |
| 3   | 954    | 63    | 0.066 | 2.027  |       |
| 4   | 1 104  | 55    | 0.050 | -0.226 |       |
| 5   | 1 246  | 40    | 0.032 | -3.115 | 新的检查员 |
| 6   | 792    | 54    | 0.068 | 2.101  |       |
| 7   | 1 298  | 73    | 0.056 | 0.734  |       |
| 8   | 321    | 12    | 0.037 | -1.176 |       |
| 9   | 1 204  | 51    | 0.042 | -1.492 |       |
| 10  | 576    | 15    | 0.026 | -2.769 |       |
| 11  | 1 151  | 59    | 0.051 | -0.077 |       |
| 12  | 1 256  | 53    | 0.042 | -1.523 |       |
| 13  | 1 099  | 44    | 0.040 | -1.725 |       |
| 14  | 1 811  | 98    | 0.054 | 0.481  |       |
| 15  | 1 073  | 65    | 0.061 | 1.408  |       |
| 16  | 196    | 18    | 0.092 | 2.566  |       |
| 17  | 1 113  | 53    | 0.048 | -0.528 |       |
| 18  | 1 066  | 59    | 0.055 | 0.517  |       |
| 19  | 828    | 38    | 0.046 | -0.716 |       |
| 20  | 1 083  | 63    | 0.058 | 0.968  |       |
| 21  | 991    | 39    | 0.039 | -1.781 |       |
| 22  | 1 102  | 57    | 0.052 | 0.075  |       |
| 23  | 1 226  | 60    | 0.049 | -0.396 |       |
| 24  | 1 140  | 85    | 0.075 | 3.590  | 新的检查员 |
| 25  | 1 093  | 65    | 0.059 | 1.122  |       |
| 合计  | 28 474 | 1 467 |       |        |       |

图 10 标准化  $p$  控制图

#### 13.4.2 解释

观察到第 16 子组的  $p$  值比第 24 子组的  $p$  值大,但前者落在  $U_{CL}$  内,后者却超出了  $U_{CL}$ 。此外,第 10 子组的  $p$  值小于第 5 子组的  $p$  值,但前者在  $L_{CL}$  内,后者却超出了  $L_{CL}$ 。这是因为更大的样本量为鉴别提供了更有力的证据。这可以在一个  $p$  控制图中而不是一个标准化  $p$  控制图中观察到。

这 25 个子组中的有 2 个子组落在控制限外,表明该过程不受控。此外,从子组 8 到子组 13,这 6 个点均在中心线以下,说明这 6 个子组的不合格品率降低,从 8 到 13 的这 6 个子组的平均值是 0.042,如果用目前观察到的不合格品平均比例为  $p = 0.0515$  为过程标准是不合理的。因此,可以把 0.042 作为下一阶段标准化  $p$  值计算的基准点。

### 14 缺点控制图

#### 14.1 概述

在不合格数控制图中,需要绘制每件产品的不合格数。这个图有一个不足就是它给所有不合格赋予相同的权重。但不同类型的不合格对成本或损失的影响是不同的。有些不合格项可以通过简单廉价的返工操作加以纠正,有些不合格项可能需要昂贵的返工操作,还有一些不合格项只能直接报废产品。解决这一问题的一个切实可行的办法是将各种不合格进行分类,例如分为十分重要、重要和不重要三类,并为每类不合格绘制单独的控制图。但是,如果不合格的种类增多,同时绘制这么多的控制图可能很困难。一个简单的解决方案是给各种不合格类型根据严重程度赋予不同的缺点率(权重),计算所检查产品的缺点得分,并在缺点控制图上画出。

#### 14.2 缺点权重的选择准则

计算缺点得分时,对应的不合格数服从泊松分布。由于对不同类型的不合格不能采用相同的方法进行处理,所以给每种不合格类型赋予不同的权重。不合格类型权重的确定取决于所考虑的产品类型。大致上,有两种类型的产品。在第一类产品情形下,可以通过替换组件、进行适当的返工、废弃不合格品、纠正不合格品数,例如,涉及装配大量组件的工程行业产品。在第二类产品情形下,可能无法进行生产的整顿,此时产品需要进行分级销售,例如,纺织产品中出现的织造、整理、印刷等方面的不合格,需要

进行分级并以不同的价格销售。

在第一类产品的情形下,缺点权重  $w_i$  的确定取决于不合格的重要程度,这是由产品的各个方面所决定的,如安全、性能、法规或法定要求和客户反馈等。一般而言,不合格可分为三类——十分重要、重要和不重要。如果需要细化,可以通过将这些类划分为两个或更多来进一步扩展分类。在考虑到上述各方面的情形下,给每类不合格都赋予了一个缺点权重。另一种方法是,通过估计由于生产转移而造成的报废、返工或潜在资源浪费的财务损失来确定缺点权重。由于不合格在生产线上的传递而导致的装配或最终产品的不合格所带来的财务损失也可考虑在内。因此,缺点权重在由不合格而造成的财务损失的比例中是固定的。一般来说,根据这些财务损失将缺点权重划分为不同类别,不需要分别对每类不合格进行处理。也可以结合不合格重要程度和财务损失来综合确定缺点权重。

在第二类产品的情形下,所遵循的方法首先涉及产品的最终分级。然后,检查该等级产品中各种类型的不合格。把不同总缺点得分分给产品的每个等级,从而给每一类型的不合格赋予缺点权重。不合格类型不同的组合会导致产品的不同等级,这将产生一个赋予不同等级不重叠的总缺点得分。

### 14.3 赋予纺织产品缺点权重的示例

赋予纺织产品缺点权重的主要步骤如下:

- 组织织造、整理、印刷、折页和销售的各部门负责人进行初步会议。通过将不合格品放到两个或多个类中来确定其分类。在进行这种分类时,也可以考虑织物在某不合格类中的重要程度(例如,断端或缺端可以根据缺端的数量和长度进行分类)。在会议中,纺织品的最后等级由切口或织片上存在的不合格类的不同组合来决定。
- 从生产线中选择大量织片,并由四或五个有经验的检查员将其独立分级为最终的等级(如好的,次等的和低于标准的)。可切割的织片细分成两组并且再次分级。
- 各检查员对不同等级的织片进行重新审查,经过讨论后适当地重新分级。对最终分级未能达成一致的织片,不考虑进一步的数据分析。
- 从分级一致的织片中列出不同等级下的各种不合格组合。这使得对等级的定义可进行交叉校验,还可以通过列入其他可能早前未注意到的不合格类型组合来补全定义。给每一种不合格类型组合赋予缺点权重,并计算每件织片的总缺点得分。通过反复试验,对缺点得分进行调整,使不同等级织片的总缺点得分不重叠。

### 14.4 控制限

$c_{ij}$ :第  $j$  子组中第  $i$  类不合格数  $i=1,2,\dots,m$ ,且  $j=1,2,\dots,k$ ;

$c_i = \sum_{j=1}^k c_{ij}$ :所有子组中第  $i$  类不合格的总数;

$w_i$ :第  $i$  类不合格的缺点权重;

$n_j$ :第  $j$  子组的产品数量;

$N = \sum_{j=1}^k n_j$ :所有子组中的产品总数;

$D_j = \sum_{i=1}^m w_i c_{ij}$ :第  $j$  子组的总缺点得分;

$d_j = \frac{D_j}{n_j} = \frac{\sum_{i=1}^m w_i c_{ij}}{n_j}$ :第  $j$  子组中每件产品的缺点得分;

$\bar{d} = \frac{\sum_{j=1}^k D_j}{N}$ :所有子组中每件产品的缺点得分;

或者,

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^m w_i c_i}{N}.$$

控制限是:

$$C_L = \bar{d} \quad \dots\dots\dots(39)$$

第  $j$  子组的上控制限  $U_{CL}$ :

$$U_{CL} = \bar{d} + 3 \left( \frac{\sum_{i=1}^m w_i^2 c_i}{N n_j} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots(40)$$

第  $j$  子组的下控制限  $L_{CL}$ :

$$L_{CL} = \bar{d} - 3 \left( \frac{\sum_{i=1}^m w_i^2 c_i}{N n_j} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots(41)$$

如果  $L_{CL}$  计算出的值为负数,则将其视为零。

如果每个子组中每件产品的缺点得分小于或等于相应的上控制限,所收集的初始数据应视为均匀的,以便使用控制图。如果一个或多个子组中每件产品的缺点得分超过相应的上控制限,则淘汰相关子组,并给每件产品计算一个新的平均缺点得分,而后计算修正的上控制限。将此过程继续下去,直到所有剩余子组的每件产品的缺点得分都低于其上控制限。

#### 14.5 解释

在缺点得分控制图中,可以通过多种方式获得缺点得分,即它可能有几个十分重要的不合格类或许多不重要的不合格类。因此,使用缺点得分控制图时,不应按照常规的非随机原因来解释。

#### 14.6 优点

缺点得分控制图的优点有:

- a) 除了具备  $c$  图或  $u$  图的优点外,它还考虑到了不合格程度和重要性;
- b) 评分体系考虑了不合格程度和重要性。

#### 14.7 不足

缺点得分控制图的不足有:

- a) 评分体系需客观地制定,其用法应适当给予解释;
- b) 涉及较多的计算。

#### 14.8 示例

##### 14.8.1 发动机不合格数

在柴油机行业中,已发现了一些影响发动机质量的不合格因素。根据以往的经验,在表 10 中给出了每一类不合格因素的缺点权重。对于各子组中被检查的发动机数量和每一类不合格在各子组中的不合格数也在表 10 中给出。根据表 10 计算缺点控制图的控制限。

由于每天检查的发动机数量差别不大,每天检查的发动机的平均数  $\bar{n}$  可用来计算所有子组的上控制限。根据表 10:

$$N = \sum_{j=1}^{24} n_j = 4\,250$$

$$\bar{n} = \frac{N}{24} = \frac{4\ 250}{24} = 177$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^m w_i c_i}{N} = \frac{17\ 840}{4\ 250} = 4.20$$

$$\sum_{i=1}^{24} w_i^2 c_i = 881\ 400$$

根据公式(40)和公式(41)可得：

$$U_{CL} = \bar{d} + 3 \left( \frac{\sum_{i=1}^m w_i^2 c_i}{N \bar{n}} \right)^{\frac{1}{2}} = 4.20 + 3 \left( \frac{881\ 400}{4\ 250 \times 177} \right)^{\frac{1}{2}} = 4.20 + 3.25 = 7.45$$

$$L_{CL} = 4.20 - 3.25 = 0.95$$

由于每个子组中每个引擎的缺点得分都小于上控制限  $U_{CL}$ ，所以这些都被认为是缺点控制图的控制限。

有了这些控制限，就可以绘制缺点得分的控制图。缺点控制图如图 11 所示。

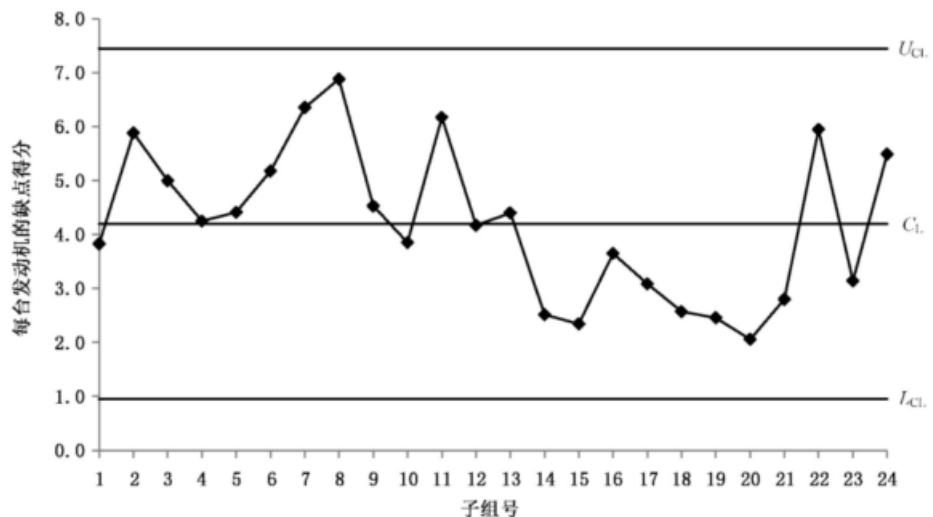


图 11 缺点控制图

#### 14.8.2 解释

前 13 个子组(1 至 13)的平均缺点得分约为 5.0，随后 8 个子组(14 至 21)的平均缺点得分约为 2.7，这为潜在的可改善因素提供了有力证据。

表 10 不合格数的子组结果

| 不合格因素 | 阻塞  | 外壳  | 气缸盖 | 过滤器 | 滤清器盖 | 机轮挂件 | 气门定时错误 | 油管 | 油封 | 轴向间隙 | 气门挺杆 | 箱泄漏 | 过滤管 | 被检查的发动机数量 $n$ | 每台发动机的缺点得分总和 $D$ | 每台发动机的得分 $d$ |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|------|------|--------|----|----|------|------|-----|-----|---------------|------------------|--------------|-----|
|       |     |     |     |     |      |      |        |    |    |      |      |     |     |               |                  |              |     |
| 权重    | 100 | 100 | 100 | 50  | 50   | 50   | 50     | 30 | 30 | 20   | 20   | 10  | 10  |               |                  |              |     |
| 子组号   | 1   | 0   | 1   | 0   | 0    | 0    | 5      | 0  | 2  | 0    | 0    | 0   | 22  | 2             | 170              | 650          | 3.8 |
|       | 2   | 0   | 2   | 2   | 0    | 0    | 7      | 0  | 1  | 0    | 0    | 0   | 20  | 2             | 170              | 1 000        | 5.9 |
|       | 3   | 3   | 0   | 0   | 1    | 1    | 3      | 0  | 4  | 0    | 0    | 0   | 16  | 2             | 170              | 850          | 5.0 |
|       | 4   | 1   | 0   | 0   | 0    | 1    | 5      | 0  | 7  | 0    | 2    | 0   | 18  | 2             | 200              | 850          | 4.3 |
|       | 5   | 0   | 0   | 1   | 0    | 3    | 2      | 0  | 5  | 0    | 2    | 1   | 15  | 4             | 170              | 750          | 4.4 |
|       | 6   | 1   | 0   | 0   | 0    | 4    | 2      | 1  | 4  | 0    | 2    | 0   | 23  | 4             | 170              | 880          | 5.2 |
|       | 7   | 1   | 0   | 0   | 1    | 3    | 2      | 2  | 2  | 0    | 8    | 0   | 32  | 4             | 170              | 1 080        | 6.4 |
|       | 8   | 2   | 1   | 1   | 0    | 2    | 2      | 1  | 4  | 0    | 5    | 0   | 29  | 1             | 170              | 1 170        | 6.9 |
|       | 9   | 0   | 0   | 0   | 2    | 1    | 0      | 0  | 3  | 0    | 11   | 0   | 28  | 3             | 170              | 770          | 4.5 |
|       | 10  | 0   | 0   | 1   | 0    | 2    | 2      | 1  | 2  | 0    | 4    | 0   | 26  | 2             | 200              | 770          | 3.9 |
|       | 11  | 1   | 0   | 4   | 2    | 1    | 1      | 0  | 2  | 2    | 5    | 1   | 14  | 0             | 175              | 1 080        | 6.2 |
|       | 12  | 2   | 0   | 2   | 3    | 0    | 1      | 0  | 0  | 0    | 2    | 1   | 5   | 2             | 175              | 730          | 4.2 |
|       | 13  | 0   | 1   | 0   | 3    | 0    | 4      | 1  | 4  | 0    | 2    | 3   | 3   | 2             | 175              | 770          | 4.4 |
|       | 14  | 0   | 0   | 0   | 0    | 1    | 2      | 1  | 3  | 0    | 2    | 1   | 7   | 2             | 175              | 440          | 2.5 |
|       | 15  | 0   | 1   | 0   | 1    | 1    | 2      | 0  | 0  | 0    | 1    | 1   | 6   | 1             | 175              | 410          | 2.3 |
|       | 16  | 1   | 0   | 1   | 0    | 2    | 2      | 0  | 4  | 0    | 6    | 2   | 4   | 1             | 200              | 730          | 3.7 |
| 合计    |     |     |     |     |      |      |        |    |    |      |      |     |     |               |                  |              |     |

表 10 不合格数的子组结果(续)

| 不合格因素       | 阻塞      | 外壳     | 气缸盖     | 过滤器    | 滤清器盖   | 机轮挂件    | 气门定时错误 | 油管     | 油封    | 轴向间隙   | 气门挺杆  | 箱泄漏    | 过滤管   | 被检查的发动机数量n | 每台发动机的缺点得分D | 每台发动机的缺点总得分d |
|-------------|---------|--------|---------|--------|--------|---------|--------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|------------|-------------|--------------|
|             |         |        |         |        |        |         |        |        |       |        |       |        |       |            |             |              |
| 17          | 0       | 0      | 1       | 2      | 2      | 2       | 2      | 0      | 0     | 0      | 1     | 1      | 1     | 175        | 540         | 3.1          |
| 18          | 1       | 0      | 0       | 0      | 1      | 1       | 0      | 4      | 0     | 2      | 1     | 5      | 2     | 175        | 450         | 2.6          |
| 19          | 1       | 0      | 1       | 1      | 0      | 1       | 1      | 0      | 0     | 1      | 0     | 3      | 3     | 175        | 430         | 2.5          |
| 20          | 0       | 0      | 1       | 0      | 0      | 2       | 0      | 2      | 0     | 1      | 1     | 6      | 0     | 175        | 360         | 2.1          |
| 21          | 1       | 0      | 0       | 1      | 0      | 1       | 1      | 2      | 0     | 2      | 0     | 14     | 0     | 175        | 490         | 2.8          |
| 22          | 1       | 3      | 1       | 3      | 0      | 1       | 1      | 6      | 0     | 6      | 0     | 6      | 2     | 190        | 1 130       | 5.9          |
| 23          | 0       | 0      | 0       | 3      | 5      | 2       | 0      | 0      | 0     | 1      | 0     | 2      | 1     | 175        | 550         | 3.1          |
| 24          | 2       | 0      | 0       | 3      | 7      | 4       | 0      | 1      | 0     | 0      | 0     | 2      | 1     | 175        | 960         | 5.5          |
| $c_i$       | 18      | 9      | 16      | 26     | 37     | 56      | 12     | 62     | 2     | 65     | 13    | 307    | 44    |            |             |              |
| $w_i c_i$   | 1 800   | 900    | 1 600   | 1 300  | 1 850  | 2 800   | 600    | 1 860  | 60    | 1 300  | 260   | 3 070  | 440   | 17 840     | 17 840      |              |
| $w_i^2 c_i$ | 180 000 | 90 000 | 160 000 | 65 000 | 92 500 | 140 000 | 30 000 | 55 800 | 1 800 | 26 000 | 5 200 | 30 700 | 4 400 | 881 400    | 881 400     |              |

## 15 量规检验控制图

### 15.1 概述

使用量规既可以对产品尺寸进行合格与否的检验,还可以产生多分类检验的结果。例如,按重量将产品分为重量不足、正常和超重;按敏感度将保险丝头分成不敏感、正常和十分敏感。

量规检验控制图可以方便地控制过程水平和具有双侧规范限的过程变异。

在以下情况可以使用这种控制图:

- 基本分布是正态分布或近似正态分布;
- 过程水平和变异参数的漂移是双侧的或单侧的(大于目标值的漂移);
- 统计受控过程的过程均值和过程变异(标准差)已知;
- 出于实际考虑,计数检验要比计量检验更可取。

### 15.2 下量规限和上量规限

使用下量规限  $L_{GL}$  和上量规限  $U_{GL}$  将产品分为以下三类:

- 低于下量规限;
- 高于上量规限;
- 位于下量规限和上量规限之间。

对样本量为  $n$  的样品进行合格检验,  $a$  为低于下量规限  $L_{GL}$  的产品数量,  $b$  为高于上量规限  $U_{GL}$  的产品数量。

对于对称分布,例如正态分布,当使用一组量规检验每个子组中的  $n$  个样本时,可得到  $a$  (低于下量规限)和  $b$  (高于上量规限)的值。

由于上量规限和下量规限与上规范限  $U$  和下规范限  $L$  通常是不同的,因此需要注意的是,不满足量规限的产品不一定就是不合格品。

### 15.3 初始步骤

#### 15.3.1 误发警报概率的选择

建立量规检验控制图的控制限,要预先指定误发警报概率  $\alpha$ ,即错误地拒绝统计受控状态的概率。 $(a, b)$  图的误发警报概率通常使用  $\alpha=0.005$  或  $0.01$ ,宜选择  $\alpha=0.005$ ,因为它最接近用于计量控制图的  $3\sigma$  限。

#### 15.3.2 子组大小的选择

量规检验控制图本质上是计数控制图,类似于传统的  $np$  图。因此,与计量控制图相比,通常需要更大的子组大小,以避免做出错误决策。然而,基于风险或不确定性的决策准则,综合使用量规限和控制限,会实现比计量控制图更好的风险控制能力,即使在相同的样本量下也是如此。鉴于此,同时也为了使子组大小保持较小,通常一个子组大小在 7 到 10 之间就足够了,这与需要子组大小较大的计数控制图相反。

#### 15.3.3 控制图的选择

测量值  $(b-a)$  和  $(b+a)$  都对过程均值  $\mu$  和标准差  $\sigma$  的变化敏感。因此,  $(b-a)$  和  $(b+a)$  的一对控制图宜作为传统  $(\bar{X}-R)$  控制图的替代。

然而,  $a$  和  $b$  的控制图(根据每个子组的编号绘制的对应两个点)不仅更易于使用,而且与  $(b-a)$



## 15.6 解释

当过程处于统计受控状态时,连接  $a$  和  $b$  的两条线是经常交叉的。如果这两条线有相当长的时间是分离的,即使在控制限以下,过程的位置参数发生漂移也具有很大可能性。控制图将显示每个子组是否处于统计受控状态,可能的情形如下。

- a) 当  $a$  和  $b$  都低于控制限时  
这种情形表明,过程均值和过程变异都处于统计受控状态。
- b) 当  $a$  高于控制限并且  $b$  位于或低于控制限时  
这种情形表明,过程均值增加了。
- c) 当  $b$  高于控制限并且  $a$  位于或低于控制限时  
这种情形表明,过程均值减小了。
- d) 当  $a$  和  $b$  都高于控制限时  
这种情形表明,过程变异增加了。

## 15.7 优点

量规检验控制图的优点有以下几点。

- a) 可以获得通过或不通过量规的产品数量。
- b) 测量产品的每个尺寸是困难的,它不仅不经济甚至有时候是不可能的,但是却很容易知道它是低于还是高于某一值。
- c) 作为  $(\bar{X} - R)$  控制图的替代,虽然它需要更大的样本量,但仍然可以减少总的检验时间或成本。并且,对结果的分析要简单得多,耗费的时间也少得多,因此反而更经济。
- d) 要比  $p$  控制图更有效。

## 15.8 不足

由于人工验收水平要与质量要求相一致,因此使用量规检验控制图需要训练,并且认为较窄的量规限在实际应用中并不是过于严格的。

## 15.9 过程均值和过程变异的估计

在统计受控过程中,如果  $k$  个子组中每个子组的测量限、 $a$  和  $b$  的值都是从样本数据中得到的,那么过程均值和过程变异就可以按如下方法估计:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^k a_i}{k}, \bar{b} = \frac{\sum_{i=1}^k b_i}{k}, P_{\bar{a}} = \frac{\bar{a}}{n}, P_{\bar{b}} = \frac{\bar{b}}{n}$$

其中,  $n$  是固定的子组大小,  $z(p_{\bar{a}})$  和  $z(1-p_{\bar{b}})$  分别是对应于  $p_{\bar{a}}$  和  $1-p_{\bar{b}}$  正态分布的分位点。 $z(p_{\bar{a}})$  是负的,  $z(1-p_{\bar{b}})$  是正的。

过程均值  $\mu$  和过程标准差  $\sigma$  的估计如下:

$$\mu = \frac{L_{GL} \times z(1-p_{\bar{b}}) - U_{GL} \times z(p_{\bar{a}})}{z(1-p_{\bar{b}}) - z(p_{\bar{a}})} \quad (44)$$

$$\sigma = \frac{U_{GL} - L_{GL}}{z(1-p_{\bar{b}}) - z(p_{\bar{a}})} \quad (45)$$

其中  $U_{GL}$  是上量规限,  $L_{GL}$  是下量规限。

## 15.10 示例

### 15.10.1 铝绞线的极限抗拉强度

表 12 给出了 7 根铝绞线的极限抗拉强度的测试结果,这些金属线被绞合成直径为 2.79 mm 的复

合导线。从复合导线的每一个电缆卷筒中抽取一个样本,7根导线对应的测试结果见表12。从历史数据来看,这一特性的过程均值为 $19.5 \text{ kgf/mm}^2$ ,标准差为 $1.00 \text{ kgf/mm}^2$ 。使用(a,b)图,以确定复合导线的极限抗拉强度,并将其灵敏度与 $\bar{X}-R$ 图进行比较。

使用(a,b)图时,选择 $\alpha=0.005$ ,因为它最接近计量控制图使用的相应的 $3\sigma$ 限。

根据 $\alpha=0.005$ , $n=7$ ,从表11中查得 $G_F=1.713$ 和 $r=3$ 。由 $\mu_0=19.5$ , $\sigma_0=1.00$ ,根据公式(43)和公式(42)可得:

$$U_{GL}=19.5+1.713\times 1=21.213$$

$$L_{GL}=19.5-1.713\times 1=17.787$$

控制限 $r=3$ 。

对于每个子组,产品是按照上量规限 $U_{GL}$ 和下量规限 $L_{GL}$ 顺序测量的,并且标出了对应的 $a$ 和 $b$ 的值。 $a$ 和 $b$ 的值如表12所示。控制图如图12所示。

表12 复合导线极限抗拉强度( $\text{kgf/mm}^2$ )的子组结果

| 子组号 | 样本单元编号 |       |       |       |       |       |       | $a$ | $b$ | 平均值   | 极差   |
|-----|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-------|------|
|     | 1      | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     |     |     |       |      |
| 1   | 19.63  | 19.30 | 18.81 | 18.98 | 19.30 | 18.98 | 19.80 | 0   | 0   | 19.26 | 0.99 |
| 2   | 19.47  | 19.14 | 19.96 | 18.00 | 18.49 | 18.32 | 19.80 | 0   | 0   | 19.03 | 1.96 |
| 3   | 19.14  | 18.98 | 18.32 | 19.63 | 19.30 | 19.30 | 19.30 | 0   | 0   | 19.14 | 1.31 |
| 4   | 18.49  | 18.81 | 18.65 | 18.98 | 18.81 | 18.81 | 19.47 | 0   | 0   | 18.86 | 0.98 |
| 5   | 18.32  | 18.80 | 18.81 | 18.98 | 18.32 | 18.02 | 18.81 | 0   | 0   | 18.58 | 0.96 |
| 6   | 18.81  | 18.00 | 18.00 | 18.32 | 19.96 | 19.30 | 19.80 | 0   | 0   | 18.88 | 1.96 |
| 7   | 19.14  | 18.65 | 18.00 | 18.32 | 18.49 | 17.51 | 18.65 | 0   | 1   | 18.39 | 1.63 |
| 8   | 18.98  | 18.32 | 19.63 | 19.80 | 18.00 | 22.74 | 19.14 | 1   | 0   | 19.52 | 4.74 |
| 9   | 19.80  | 18.32 | 20.78 | 19.63 | 19.43 | 19.63 | 20.94 | 0   | 0   | 19.79 | 2.62 |
| 10  | 19.11  | 18.00 | 21.74 | 19.27 | 18.65 | 20.75 | 19.96 | 1   | 0   | 19.64 | 3.74 |
| 11  | 18.32  | 20.92 | 19.96 | 19.96 | 20.78 | 21.08 | 20.78 | 0   | 0   | 20.26 | 2.76 |
| 12  | 18.16  | 18.00 | 17.34 | 18.65 | 19.14 | 18.32 | 18.00 | 0   | 1   | 18.23 | 1.80 |
| 13  | 18.12  | 18.61 | 18.28 | 18.61 | 18.32 | 18.32 | 17.62 | 0   | 1   | 18.27 | 0.99 |
| 14  | 22.90  | 22.90 | 20.94 | 21.60 | 19.96 | 21.27 | 21.90 | 5   | 0   | 21.64 | 2.94 |
| 15  | 22.09  | 19.47 | 22.90 | 23.39 | 18.32 | 22.90 | 22.90 | 5   | 0   | 21.71 | 5.07 |
| 16  | 18.00  | 18.32 | 19.63 | 18.12 | 18.81 | 19.63 | 20.12 | 0   | 0   | 18.95 | 2.12 |
| 17  | 17.83  | 19.14 | 18.32 | 19.60 | 17.79 | 19.30 | 18.28 | 0   | 1   | 18.61 | 1.81 |
| 18  | 19.96  | 18.80 | 21.76 | 19.27 | 21.25 | 20.94 | 20.29 | 2   | 0   | 20.32 | 2.96 |
| 19  | 16.80  | 17.79 | 20.42 | 18.32 | 19.76 | 17.29 | 18.28 | 0   | 2   | 18.38 | 3.62 |
| 20  | 18.00  | 18.32 | 19.63 | 18.12 | 18.81 | 19.63 | 20.12 | 0   | 0   | 18.95 | 2.12 |

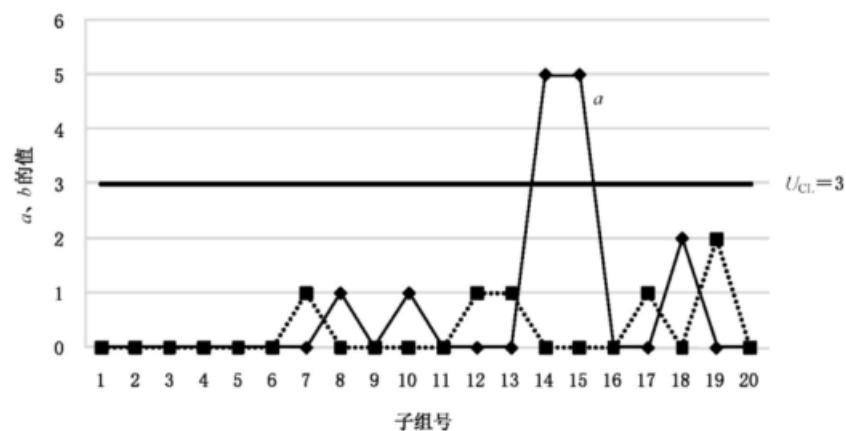


图 12 (a, b) 图

从控制图中可以看出,对于第 14 和第 15 子组,  $a$  值已经超出了控制限。采取适当的补救措施,来稳定该过程水平,在这之后该过程处于统计受控状态。

### 15.10.2 与 $\bar{X}-R$ 图的比较

$\bar{X}-R$  图也采用了表 12 所给出的数据,其控制限如下:

均值图

$$U_{CL} = \mu + A\sigma = 19.5 + 1.134 \times 1 = 20.634$$

$$L_{CL} = \mu - A\sigma = 19.5 - 1.134 \times 1 = 18.366$$

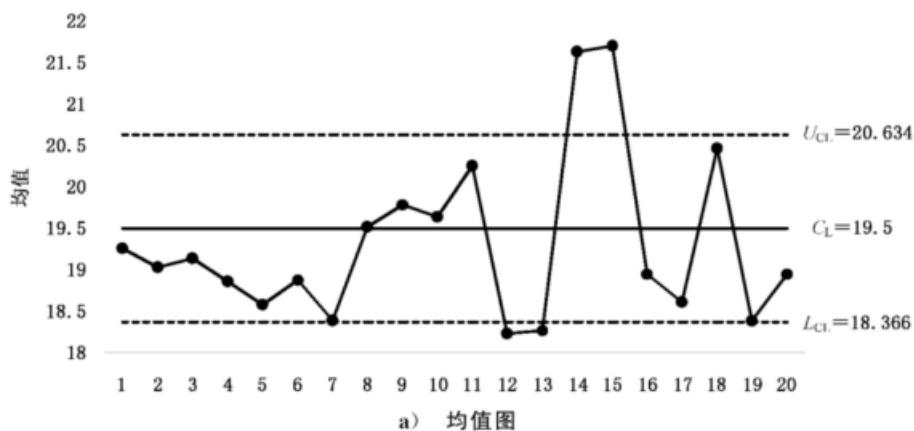
极差图

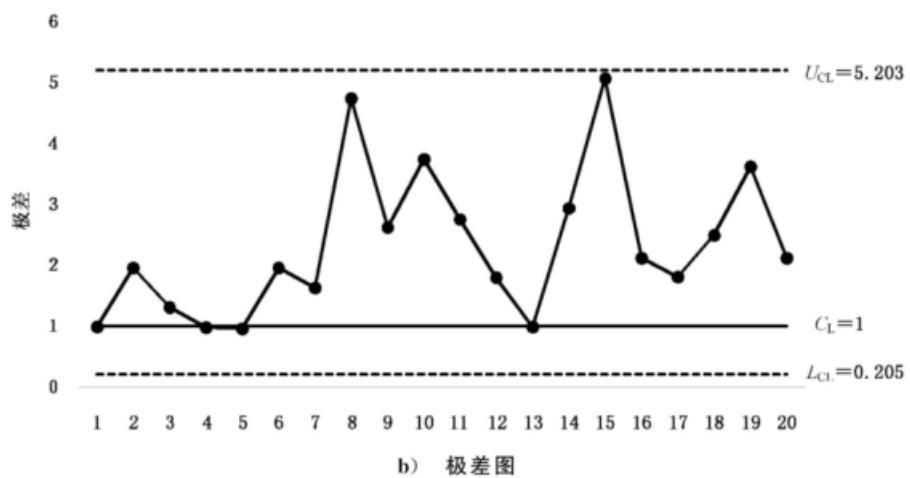
$$U_{CL} = D_2\sigma = 5.203 \times 1 = 5.203$$

$$L_{CL} = D_1\sigma = 0.205 \times 1 = 0.205$$

其中,  $A$ 、 $D_1$  和  $D_2$  在不同样本量下的值在附录 A 中给出。

$\bar{X}-R$  图如图 13 所示。

图 13 均值极差( $\bar{X}-R$ )图

图 13 均值极差( $\bar{X}-R$ )图(续)

从表 12 中给出的均值和极差可以看出,在均值图中,第 14 和第 15 子组对应的点超出了上控制限,在极差图上却没有,与(a,b)图所示相同。因此,在本例中,(a,b)图和( $\bar{X}-R$ )的敏感度相同。

附录 A  
(资料性)  
计算控制限的参数

计算控制限的参数见表 A.1。

表 A.1 计算控制限的参数

|          |                 | 使用的 $\mu$ 和 $\sigma$ 的标准值 |                 |             |                 |             |              | 使用 $s$                 |                  |                        |                  |                                       |                  | 使用 $R$                 |              |              |              |              |              |           |
|----------|-----------------|---------------------------|-----------------|-------------|-----------------|-------------|--------------|------------------------|------------------|------------------------|------------------|---------------------------------------|------------------|------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
|          |                 | CV 图                      |                 |             | 极差图             |             |              | CV 图                   |                  |                        | 均值图              |                                       |                  | 极差图                    |              |              | 均值图          |              | 极差图          |           |
|          |                 | $c_2\sigma$               | $d_2\sigma$     | $\bar{v}$   |                 |             |              | $\bar{x}$              |                  |                        |                  | $M = \frac{\bar{x}_H + \bar{x}_L}{2}$ |                  |                        |              | $\bar{x}$    |              |              |              | $\bar{R}$ |
| $C_L$    | $\mu$           | $\mu$                     | $\mu$           | $d_2\sigma$ | $B_1\sigma/\mu$ | $D_1\sigma$ | $B_3\bar{v}$ | $\bar{x} - A_3\bar{s}$ | $M - H_2\bar{R}$ | $\bar{x} - A_2\bar{R}$ | $M + H_2\bar{R}$ | $\bar{x} + A_2\bar{R}$                | $M + H_4\bar{R}$ | $\bar{x} + A_4\bar{R}$ | $D_4\bar{R}$ | $D_3\bar{R}$ | $D_3\bar{R}$ | $D_3\bar{R}$ | $D_3\bar{R}$ |           |
| $L_{CL}$ | $\mu - H\sigma$ | $\mu - A\sigma$           | $B_1\sigma/\mu$ | $D_2\sigma$ | $B_2\sigma/\mu$ | $D_3\sigma$ | $B_4\bar{v}$ | $\bar{x} + A_3\bar{s}$ | $M + H_2\bar{R}$ | $\bar{x} + A_2\bar{R}$ | $M + H_4\bar{R}$ | $\bar{x} + A_4\bar{R}$                | $D_4\bar{R}$     | $D_3\bar{R}$           | $D_3\bar{R}$ | $D_3\bar{R}$ | $D_3\bar{R}$ | $D_3\bar{R}$ |              |           |
| (1)      | (2)             |                           |                 | (3)         | (4)             | (5)         | (6)          | (7)                    | (8)              | (9)                    | (10)             | (11)                                  | (12)             | (13)                   | (14)         | (15)         |              |              |              |           |
| 子组大小     | $H$             | $A$                       | $c_2$           | $B_1$       | $B_2$           | $d_2$       | $D_1$        | $D_2$                  | $B_3$            | $B_4$                  | $A_3$            | $H_2$                                 | $A_2$            | $D_3$                  | $D_3$        | $D_3$        | $D_3$        | $D_3$        | $D_3$        |           |
| 2        | 3.041           | 2.121                     | 0.564           | 0           | 1.843           | 1.128       | 0            | 3.686                  | 0                | 3.267                  | 2.659            | 2.695                                 | 1.880            | 0                      | 3.267        | 0            | 3.267        | 0            | 3.267        |           |
| 3        | 3.090           | 1.732                     | 0.724           | 0           | 1.858           | 1.693       | 0            | 4.358                  | 0                | 2.568                  | 1.954            | 1.826                                 | 1.023            | 0                      | 2.575        | 0            | 2.575        | 0            | 2.575        |           |
| 4        | 3.133           | 1.500                     | 0.798           | 0           | 1.808           | 2.059       | 0            | 4.698                  | 0                | 2.266                  | 1.628            | 1.522                                 | 0.729            | 0                      | 2.282        | 0            | 2.282        | 0            | 2.282        |           |
| 5        | 3.170           | 1.342                     | 0.841           | 0           | 1.756           | 2.326       | 0            | 4.918                  | 0                | 2.089                  | 1.427            | 1.363                                 | 0.577            | 0                      | 2.115        | 0            | 2.115        | 0            | 2.115        |           |
| 6        | 3.202           | 1.225                     | 0.869           | 0.026       | 1.711           | 2.534       | 0            | 5.078                  | 0.030            | 1.970                  | 1.287            | 1.263                                 | 0.483            | 0                      | 2.004        | 0            | 2.004        | 0            | 2.004        |           |
| 7        | 3.230           | 1.134                     | 0.888           | 0.105       | 1.672           | 2.704       | 0.205        | 5.203                  | 0.118            | 1.882                  | 1.182            | 1.194                                 | 0.419            | 0.076                  | 1.924        | 0            | 1.924        | 0            | 1.924        |           |
| 8        | 3.256           | 1.061                     | 0.903           | 0.167       | 1.638           | 2.847       | 0.387        | 5.307                  | 0.185            | 1.099                  | 1.143            | 0.373                                 | 0.136            | 1.864                  | 0            | 1.864        | 0            | 1.864        | 0            | 1.864     |

表 A.1 计算控制限的参数 (续)

|    | 使用的 $\mu$ 和 $\sigma$ 的标准值 |       |       |       |       |       | 使用 $s$ | 使用 $R$ |       |       |       |       |       |       |       |
|----|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|    | 极差图                       | CV 图  | 极差图   | CV 图  | 均值图   | 极差图   |        |        |       |       |       |       |       |       |       |
| 9  | 3.278                     | 1.000 | 0.914 | 0.219 | 1.609 | 2.970 | 0.546  | 5.394  | 0.239 | 1.761 | 1.032 | 1.104 | 0.337 | 0.184 | 1.816 |
| 10 | 3.299                     | 0.949 | 0.923 | 0.262 | 1.584 | 3.078 | 0.687  | 5.469  | 0.284 | 1.716 | 0.975 | 1.072 | 0.308 | 0.223 | 1.777 |
| 11 |                           |       | 0.930 | 0.299 | 1.561 | 3.173 | 0.812  | 5.534  | 0.321 | 1.679 | 0.927 |       |       |       |       |
| 12 |                           |       | 0.936 | 0.331 | 1.541 | 3.258 | 0.924  | 5.592  | 0.354 | 1.646 | 0.886 |       |       |       |       |
| 13 |                           |       | 0.941 | 0.359 | 1.523 | 3.336 | 1.026  | 5.646  | 0.382 | 1.618 | 0.850 |       |       |       |       |
| 14 |                           |       | 0.945 | 0.384 | 1.507 | 3.407 | 1.121  | 5.693  | 0.406 | 1.594 | 0.817 |       |       |       |       |
| 15 |                           |       | 0.949 | 0.406 | 1.492 | 3.472 | 1.207  | 5.737  | 0.428 | 1.572 | 0.789 |       |       |       |       |
| 16 |                           |       | 0.952 | 0.427 | 1.478 | 3.532 | 1.285  | 5.779  | 0.448 | 1.552 | 0.763 |       |       |       |       |
| 17 |                           |       | 0.955 | 0.445 | 1.465 | 3.588 | 1.359  | 5.817  | 0.466 | 1.534 | 0.739 |       |       |       |       |
| 18 |                           |       | 0.958 | 0.461 | 1.454 | 3.640 | 1.426  | 5.854  | 0.482 | 1.518 | 0.718 |       |       |       |       |
| 19 |                           |       | 0.960 | 0.477 | 1.443 | 3.689 | 1.490  | 5.888  | 0.497 | 1.503 | 0.698 |       |       |       |       |
| 20 |                           |       | 0.962 | 0.491 | 1.433 | 3.735 | 1.548  | 5.922  | 0.510 | 1.490 | 0.680 |       |       |       |       |
| 21 |                           |       | 0.964 | 0.504 | 1.424 | 3.778 | 1.606  | 5.950  | 0.523 | 1.477 |       |       |       |       |       |
| 22 |                           |       | 0.966 | 0.516 | 1.415 | 3.819 | 1.659  | 5.979  | 0.534 | 1.466 |       |       |       |       |       |
| 23 |                           |       | 0.967 | 0.527 | 1.407 | 3.858 | 1.710  | 6.006  | 0.545 | 1.455 |       |       |       |       |       |
| 24 |                           |       | 0.968 | 0.538 | 1.399 | 3.895 | 1.759  | 6.031  | 0.555 | 1.445 |       |       |       |       |       |
| 25 |                           |       | 0.970 | 0.548 | 1.392 | 3.931 | 1.804  | 6.058  | 0.565 | 1.435 |       |       |       |       |       |

### 参 考 文 献

- [1] GB/T 3358.1 统计学词汇及符号 第1部分:一般统计术语与用于概率的术语
  - [2] GB/T 17989.1 控制图 第1部分:通用指南
  - [3] GB/T 17989.2 控制图 第2部分:常规控制图
  - [4] ISO 5479:1997 Statistical interpretation of data—Tests for departure from the normal distribution
  - [5] ISO/TR 22514-4 Statistical methods in process management—Capability and performance—Part 4:Process capability estimates and performance measures
  - [6] Rao C.R. ed. Formulae and Tables for Statistical Work. 1975
  - [7] Introduction to Statistical Quality Control, Douglas Montgomery, 2004
  - [8] Statistical procedures for machine and process qualification, Edgar Dietrich, Alfred Schulze, 1999
-



中华人民共和国  
国家标准  
**生产过程质量控制统计方法 控制图**  
**第5部分：特殊控制图**

GB/T 17989.5—2022

\*

中国标准出版社出版发行  
北京市朝阳区和平里西街甲2号(100029)  
北京市西城区三里河北街16号(100045)

网址：[www.spc.org.cn](http://www.spc.org.cn)

服务热线：400-168-0010

2022年3月第一版

\*

书号：155066 · 1-69689



GB/T 17989.5-2022

版权专有 侵权必究