



# 中华人民共和国国家标准

GB/T 17989.2—2020  
代替 GB/T 4091—2001

---

## 控制图 第2部分：常规控制图

Control charts—Part 2: Shewhart control charts

(ISO 7870-2:2013, MOD)

2020-03-06 发布

2020-10-01 实施

国家市场监督管理总局  
国家标准化管理委员会 发布



目 次

前言 ..... III

引言 ..... IV

1 范围 ..... 1

2 规范性引用文件 ..... 1

3 术语、定义和符号..... 1

    3.1 术语和定义 ..... 1

    3.2 符号 ..... 1

4 常规控制图的性质 ..... 2

5 控制图的类型 ..... 4

    5.1 概述 ..... 4

    5.2 过程参数的取值没有给定时的控制图 ..... 4

    5.3 过程参数的取值预先给定时的控制图 ..... 4

    5.4 计量控制图和计数控制图 ..... 5

6 计量控制图 ..... 5

    6.1 概述 ..... 5

    6.2 均值  $\bar{X}$  图和极差  $R$  图或均值  $\bar{X}$  图和标准差  $s$  图 ..... 6

    6.3 单值  $\bar{X}$  图和移动极差  $R_m$  图 ..... 8

    6.4 中位数  $\tilde{X}$  控制图 ..... 8

7 计量控制图的控制程序和解释 ..... 9

    7.1 概述 ..... 9

    7.2 收集初步数据 ..... 9

    7.3 检查  $s$  (或  $R$ ) 图 ..... 9

    7.4 剔除可查明原因并修改控制图 ..... 9

    7.5 检查  $\bar{X}$  图 ..... 10

    7.6 持续监测过程 ..... 10

8 波动可查明原因的检验模式..... 10

9 过程控制、过程能力和过程改进 ..... 11

10 计数控制图 ..... 12

11 设置控制图的前期准备 ..... 13

    11.1 过程控制的关键质量特性 CTQ 的选择..... 13

    11.2 过程分析 ..... 14

    11.3 合理分组的选择 ..... 14

    11.4 子组的频率和子组大小 ..... 14

    11.5 初始数据的采集 ..... 14

    11.6 失控状态的行动方案 ..... 14

12 构建控制图的步骤 ..... 15

    12.1 概述 ..... 15

    12.2 确定数据的搜集策略 ..... 16

    12.3 数据收集和计算 ..... 16

    12.4 绘制  $\bar{X}$  和  $R$  图 ..... 16

13 常规控制图的注意事项 ..... 16

    13.1 注意事项 ..... 16

    13.2 数据相关 ..... 18

    13.3 3 西格玛的替代原则 ..... 18

附录 A (资料性附录) 波动可查明原因的检验模式的注意事项 ..... 19

附录 B (资料性附录) 示例 ..... 20

参考文献 ..... 35



## 前 言

GB/T 17989《控制图》计划分为以下 9 个部分：

- 第 1 部分：通用指南；
- 第 2 部分：常规控制图；
- 第 3 部分：验收控制图；
- 第 4 部分：累积和控制图；
- 第 5 部分：特殊控制图；
- 第 6 部分：指数加权移动平均控制图；
- 第 7 部分：多元控制图；
- 第 8 部分：短周期和小批量控制方法；
- 第 9 部分：自相关过程控制图。

本部分为 GB/T 17989 的第 2 部分。

本部分按照 GB/T 1.1—2009 给出的规则起草。

本部分代替 GB/T 4091—2001《常规控制图》，与 GB/T 4091—2001 相比主要技术变化如下：

- 增加了 4 种波动可查明原因的检验模式(见第 8 章)；
- 增加了计量控制图的构建方法(见图 6)。
- 修改了常规控制图图例中符号与颜色(见图 7、图 8，附录 B 中所有图示)。

本部分使用重新起草法修改采用 ISO 7870-2:2013《控制图 第 2 部分：常规控制图》。

本部分与 ISO 7870-2:2013 相比存在结构变化：

- 调整附录 A 和附录 B 的顺序。

本部分与 ISO 7870-2:2013 的技术性差异及其原因如下：

- 关于规范性引用文件，本部分做了具有技术性差异的调整，以适应我国的技术条件，调整的情况集中反映在第 2 章“规范性引用文件”中，具体调整如下：

- 用等同采用国际标准的 GB/T 3358.2 代替 ISO 3534-2(见第 3 章)；
- 增加引用了 GB/T 17989.1(见 3.1)；
- 删除了 ISO 5479 和 ISO 16269-4:2010。

- 增加了术语“子组”(见 3.1.1)。

本部分做了下列编辑性修改：

- 调整了参考文献的顺序。

本部分由全国统计方法应用标准化技术委员会(SAC/TC 21)提出并归口。

本部分起草单位：清华大学、伊莉雅(厦门)生态开发有限公司、青岛大学、中国标准化研究院。

本部分主要起草人：孙静、赵静、许金飞、李莉莉、丁文兴、吴刚。

本部分所代替标准的历次版本发布情况为：

- GB/T 4091—2001。

## 引 言

传统的制造工艺针对制造产品的生产过程,通过检测最终产品、筛除其中的不合格品来进行质量控制。这种检测策略通常是浪费的、不经济的,因为它采用事后检测,这时废品已经生产出来。相反,一开始就采取预防措施、有效防止废品产生而导致的浪费,则会更加高效。这可以通过收集和分析过程信息,在过程中及时采取措施实现。

1924年沃特·阿曼德·休哈特提出了控制图方法,这是一种基于统计显著性原则进行过程控制的图形工具。控制图理论用来区分两种变异。第一种是由“偶然原因”(也称“常见原因”“自然原因”“随机原因”“固有原因”或“不可控原因”)引起的随机变异。这是由于有很多种始终存在且不易区分的原因会带来变异;而相对于整个变异,它们中的每一个都只是很小的一部分,并没有产生显著的影响。然而,所有这些无法确定的随机原因的贡献总和是可测量的,并假定是过程固有的。消除或纠正常见原因,可能需要资源分配决策,从根本上改变过程和系统。

第二种变异代表该过程的真正变化。这种变化可归因于一些可识别的原因,这些原因不是生产过程所固有的,且至少在理论上是可以被消除的。这些可识别的原因被称为变异的“可查明原因”(也称特殊原因、非自然原因、系统性原因或可控原因)。它们可归因于材料缺乏一致性,破损的工具,工艺或程序不完善,设备的性能异常,或者环境变化。

如果过程变异只源于随机原因,则称该过程处于统计控制状态,或简称“受控”。该变异水平一旦确定,与该水平的任何偏差都可视为要识别和消除的可查明原因导致的结果。

统计过程控制是将过程建立和保持在一个可接受的、稳定水平的方法,目的是确保该过程的产品和服务符合规定的要求。其主要统计工具是控制图,这是根据与控制限对比来表示过程当前状态的一系列观测,进行信息表示和比较的一种图形方法,而该控制限是考虑被称为过程能力的固有过程变异而建立的。首先,该控制图方法有助于评估过程是否已经达到或持续处于统计控制状态。当过程被认为是稳定、可预测时,可以进一步分析过程满足客户要求的能力。在过程活动持续进行时,控制图也可以用来提供过程输出质量特性的连续记录。控制图可以帮助检测重复性过程导致的数据变化的非自然模式,并提供缺乏统计受控的判断准则。控制图的使用和仔细分析可以更好地理解过程,并且经常会识别出有价值的改进方法。

## 控制图

### 第2部分：常规控制图

#### 1 范围

GB/T 17989 的本部分给出了理解和应用常规控制图进行统计过程控制的指南。

本部分仅适用于使用常规控制图进行统计过程控制的情形，所有涉及的补充内容均与常规控制图相关，诸如：警戒线的使用、趋势模式和过程能力分析等。其他类型的控制图方法可以在 GB/T 17989.1 中找到有关的描述。

#### 2 规范性引用文件

下列文件对于本文件的应用是必不可少的。凡是注日期的引用文件，仅注日期的版本适用于本文件。凡是不注日期的引用文件，其最新版本（包括所有的修改单）适用于本文件。

GB/T 3358.2 统计学词汇及符号 第2部分：应用统计（GB/T 3358.2—2009，ISO 3534-2:2006，IDT）

GB/T 17989.1 控制图 第1部分：通用指南（GB/T 17989.1—2020，ISO 7870-1:2014，MOD）

ISO 22514（所有部分） 过程管理中的统计方法 能力和性能（Statistical methods in process management—Capability and performance）

#### 3 术语、定义和符号

##### 3.1 术语和定义

GB/T 3358.2 和 GB/T 17989.1 界定的以及下列术语和定义适用于本文件。

###### 3.1.1

**子组 subgroup**

取自同一过程的一组数据，所得到的分组数据使组内差异尽量小，组间差异尽量大。

##### 3.2 符号

下列符号适用于本文件。

$n$ ：子组大小或子组样本量，即子组中样本观测值的数目

$k$ ：子组数

$L$ ：下规范限

$L_{CL}$ ：下控制限

$U$ ：上规范限

$U_{CL}$ ：上控制限

$X$ ：质量特性[各个质量特性表示为 $(X_1, X_2, X_3, \dots)$ 。有时使用符号  $Y$  代替  $X$ ]

$\bar{X}$ ：子组均值

$\overline{\overline{X}}$ :子组均值的平均值

$\mu$ :过程均值的真值

$\sigma$ :过程标准差的真值

$\sigma_0$ : $\sigma$  的给定值

$\widetilde{X}$ :子组中位数

$\overline{\widetilde{X}}$ :子组中位数的平均值

$R$ :子组极差;子组内最大观测值与最小观测值的差

$\overline{R}$ :子组  $R$  值的平均值

$\overline{R}_m$ :移动极差:两个相邻观测值之差的绝对值

$s$ :子组内观测值得到的样本标准差

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n - 1}}$$

$\overline{s}$ :子组样本标准差的平均值

$\hat{\sigma}$ :过程标准差的估值

$p$ :子组内给定分类的比例

$\overline{p}$ :比例的平均值

$np$ :子组内给定分类的数目

$p_0$ :给定  $p$  值

$np_0$ :给定  $np$  值(对于给定  $p_0$ )

$c$ :子组内发生的次数

$c_0$ :给定  $c$  值

$\overline{c}$ :子组  $c$  值的平均值

$u$ :子组内每单位发生的次数

$\overline{u}$ :子组  $u$  值的平均值

$u_0$ : $u$  的给定值

#### 4 常规控制图的性质

常规控制图是用来展示从计量数据或计数数据中得到的统计度量的图。控制图要求数据是以较为规律的间隔从合理子组中取得。间隔可以用时间(例如,每小时)或数目(每批)加以定义。通常情况下,数据是以样本或子组的形式从过程中获得的,有着相同的过程特性、相同的测量单位和相同的子组大小。从每个子组中,推导出一个或多个子组特性,例如,子组均值  $\overline{X}$  和子组极差  $R$ 、标准差  $s$ ,或者是计数特性,例如给定类别所占的比例。

常规控制图上的点对应着由子组特性的取值与子组编号所形成的成对数据。常规控制图上还有中心线  $CL$ ,其位置由绘图特性量的参考值确定。在确定是否处于统计控制状态时,该参考值通常是所考虑的统计度量的均值。对于过程控制,该参考值可以是产品规格中所述特性的长期值;可以是基于以往过程处于统计控制状态的打点特性量的取值,或是基于产品/服务目标值的取值。

常规控制图上还有两条通过统计方法确定的控制限,位于中心线两侧,被称为上控制限  $U_{CL}$  和下控制限  $L_{CL}$ (见图 1)。

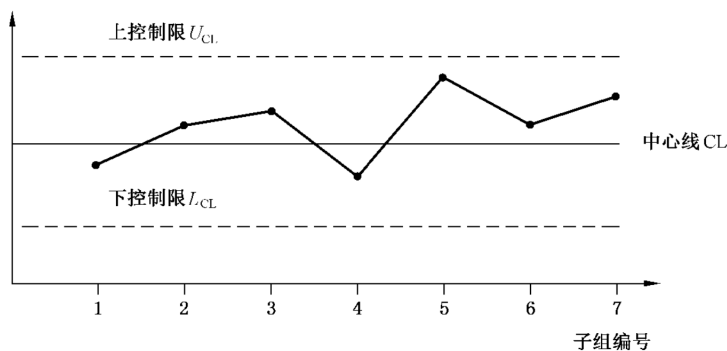


图 1 控制图示例

常规控制图的控制限位于中心线两侧的 3 西格玛处,这里西格玛是已知的总体标准差或总体标准差的估计值。休哈特选择距离中心线有 3 西格玛的距离来设计控制限是基于平衡成本的经济性考虑,尤其是当过程处于统计控制状态却去寻找问题的成本,以及当过程未处于统计控制状态而寻找问题失败的成本等。当把控制限放在离中心线较近的位置时,会导致要对可能不存在问题来查找原因;而把控制限放在离中心线太远的位置,则会增加当确实存在问题时却没有及时进行查找原因的风险。在绘图统计量近似正态分布的假设前提下,3 西格玛控制限表明,只要过程处于统计控制状态,大约 99.7% 的统计量取值将落在控制限内。另一种解释则是,当过程处于统计控制状态,有近似 0.3% 的风险,即平均 1 000 个点里有 3 个绘图点会落在上控制限和下控制限之外。这里使用“近似”一词,是因为诸如偏离数据分布类型等基本假设会影响概率值。事实上,选择  $k$  西格玛替代 3 西格玛的控制限,取决于调查的成本、相对于不采取行动的后果、以及采取适当行动的成本等。

要指出的是,一些使用者更偏好使用 3.09 来代替 3,以对应 0.2% 名义概率值,或平均每 1 000 个点中有 1 个落在上控制限外侧或下控制限外侧,但是休哈特选择 3 以避免对确切概率的特别关注。相似的,一些使用者使用基于非正态分布的实际概率值,构造诸如极差控制图 and 不合格率控制图。对此,鉴于对经验解释的重视,休哈特同样使用  $\pm 3$  西格玛控制限。

相对于过程未处于统计控制状态的真实警报,过程处于统计控制状态时超出控制限是很偶然的小概率事件。故而,当一个点落在控制限外时,要采取行动。由于此时应采取行动,3 西格玛控制限通常被称为“行动限”。

在控制图上,对中心线两侧的 2 西格玛处进行标注,是有价值的。任何落在 2 西格玛界限之外的样本值都可以作为即将出现失控状态的警告。因此,2 西格玛界限有时被称为“警戒限”。虽然在控制图上发出这样的警告并不需要采取行动,但是一些控制图的使用者仍然希望立即采集另一个同样子组大小的子组,以确定是否要有相应纠正措施。

当使用控制图评估过程状态时,可能有两类类型的错误。当过程实际上处于控制状态但绘制点随机地落在控制限之外,第一类错误发生。控制图发出警报,做出过程失控的错误判断。然后,就要花费一些成本来试图找出这个本不存在的问题。

当过程实际上未处在控制状态但绘制点随机地落在控制限内,第二类错误发生。控制图没有发出警报,并做出过程处在统计控制状态的错误判断。因为未能检测到过程位置或波动性已经发生变化,可能导致不合格品的生产,而带来可观的损失。导致这类错误发生的原因是控制限的宽度、子组大小以及过程失控的程度。由于过程变化的幅度难以预先得知,故而这类错误的实际风险很难确定。

因为在各种给定情形下对第二类错误的风险和成本进行有意义的估计,通常是不切实际的,故而常规控制图的设计原则是控制第一类错误。在正态假设下,使用 3 西格玛控制限的第一类错误是 0.3%。换言之,当过程处于统计控制状态时,在 1 000 个样本中这类错误只会发生 3 次。

当过程处于统计控制状态时,控制图提供了一种方法,在某种意义上类似于对假设检验的零假设(即过程没有发生改变并保持统计控制状态)进行持续测试。在存在着大量不确定性的阶段 1,由于特性的概率分布、随机性以及过程特性与目标值的具体偏离等是无法预先确定的,常规控制图不能被看做是纯粹意义上的假设检验。休哈特强调控制图对识别过程偏离“受控状态”的实际应用,弱化概率解释。

当绘图的取值落在控制限外,或者一系列绘图的取值显示出某种不寻常的模式,如第 8 章所示,则统计控制状态不再被接受。此时,要启动对可查明原因的调查,并且调整或停止生产过程。一旦可查明原因被确定和消除,则过程就可以继续。在极少情形下,找不到可查明原因,则得出结论:落在控制界外的点表示小概率事件的发生,是偶然原因导致的,即使过程处于控制状态。

首次对过程进行研究时,为了使过程进入统计控制状态,往往需要使用以前从过程中获得的历史数据,或是在尝试建立控制图之前从过程中获取的包含着一系列样本的新数据。需要建立控制图参数的回顾阶段,通常被称为阶段 1。在该阶段,需要获得足够的数据,以得到对控制图的中心线和控制限的可靠估计。阶段 1 设定的控制限是试验性的控制限,因为它们有可能是在过程未处于受控状态的数据基础上建立的。由于过程历史操作特性的信息较为缺乏,在该阶段识别控制图发出警报的确切原因可能会比较困难。然而,如果能识别出波动的异常原因并采取纠正措施,则要剔除受异常原因影响的过程数据,并重新确定控制图参数。这个重复迭代的过程一直持续到控制图不再发出警报,过程可以被认为处于控制状态,是稳定的和可预测的。因为在阶段 1 可能不得不剔除掉一些数据,所以控制图的使用者往往需要从过程中获得额外的数据以确保可靠地参数估计。

一旦确定了统计控制状态,阶段 1 最终得到的控制图中心线和控制限则被作为控制图参数,用于过程的持续监控。被称之为阶段 2,旨在维持过程始终处于受控状态,以及快速识别可能不时出现的影响过程的异常原因。不过,从阶段 1 到阶段 2 可能既费时又费力。然而,这是至关重要的,因为没有消除波动的异常原因将导致过程差异被高估,进而,控制图的控制限将被设置得太宽,导致控制图对异常原因的检测不够灵敏。

## 5 控制图的类型

### 5.1 概述

常规控制图分为两类:计量控制图和计数控制图。对于每种控制图,都有两种不同的情形:

- a) 当过程参数的取值没有预先给定时;
- b) 当过程参数的取值已经预先给定时。

预先给定的过程取值可以是指定的条件,或者是目标值,或者是处于过程受控制状态下由采集的长期数据所确定的参数估值。

### 5.2 过程参数的取值没有给定时的控制图

这是旨在判断绘图特性(如  $\bar{X}$ 、 $R$  或其他统计量)的取值中存在的变化是否能归因于仅有偶然原因引起的变化。利用从过程样本中收集到的数据,构建控制图。控制图用以检测那些不是由于偶然原因引起的变化,其目的是使过程进入统计控制状态。

### 5.3 过程参数的取值预先给定时的控制图

这是旨在确定子组大小为  $n$  的若干子组其  $\bar{X}$ 、 $s$  等的取值,相比于  $\mu_0$ 、 $\sigma_0$  等的相应给定值,是否存在超出仅由偶然原因引出的波动。给定参数值的控制图与未给定参数值的控制图之间的差别,就在于确定过程的中心位置以及过程变异的附加要求。参数的给定值可以利用没有先验信息即指定值的控制图

来获取,也可以是基于对服务需求和生产成本的考虑所建立的经济值,或是基于产品规格所设定的名义值。

更可取的参数给定值是通过作为未来数据的典型代表的初始数据进行调查分析加以确定。给定值要与过程固有波动一致,以实现控制图的有效运行。基于预定给定值的控制图用以控制过程,保持产品和服务的一致性,以使其保持在期望水平。

5.4 计量控制图和计数控制图

涉及的控制图如下:

- a) 计量控制图,用于连续数据:
  - 1) 均值  $\bar{X}$  图和极差  $R$  图或标准差  $s$  图;
  - 2) 单值  $X$  图和移动极差  $R_m$  图;
  - 3) 中位数  $\bar{X}$  图和极差  $R$  图。
- b) 计数控制图,用于可计数或分类数据:
  - 1)  $p$  图:用比例或百分比来表示落在给定类别中的数目除以总数;
  - 2)  $np$  图:子组样本量为常数时,落在给定类别中的数目;
  - 3)  $c$  图:当可能发生事情的机会是固定的,事件发生的次数;
  - 4)  $u$  图:当可能发生事件的机会是变化的,每单位事件发生的次数。

图 2 给出了在各种给定情形下如何选择适用的控制图。

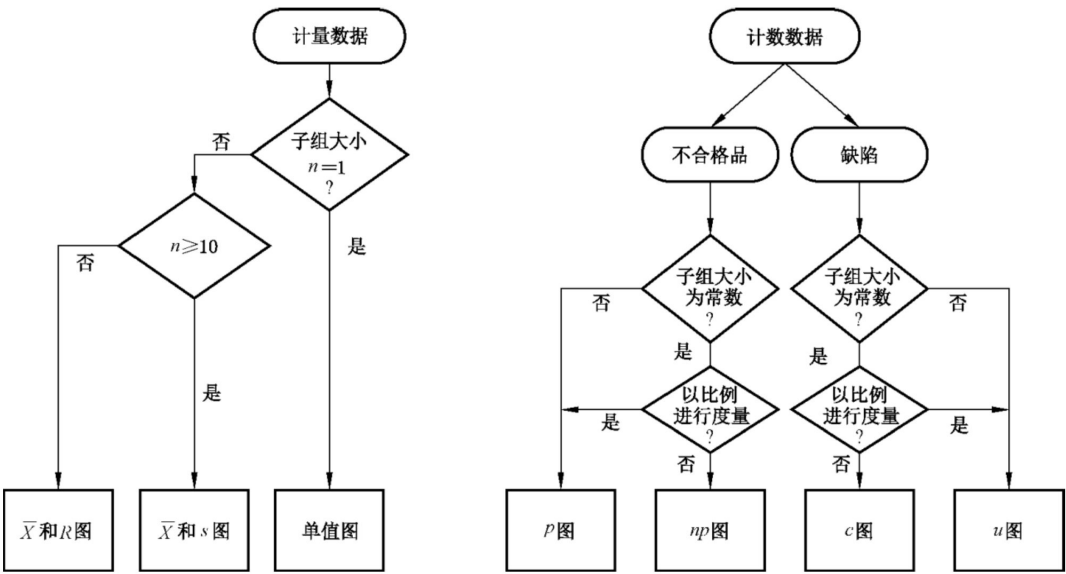


图 2 控制图的类型

6 计量控制图

6.1 概述

用于连续数据的计量控制图,尤其是最惯用的  $\bar{X}$  图和  $R$  图,展示了使用控制图进行过程控制的经典应用。

下面给出了计量控制图特别有用的若干原因:

- a) 大多数的过程和输出都有可以被测量的特性而生成连续数据,故计量控制图的应用广阔。
- b) 因为计量控制图可以直接得到关于过程均值和方差的具体信息,故而相比计数控制图,计量控制图提供的信息量更大。计量控制图往往可以在过程生产出不合格品之前,就发出过程异常的警报。
- c) 尽管获得测量数据的成本通常比获取通过与否这类数据的成本更高,但是为了得到相同的控制效率,连续数据所需的子组样本量要远少于属性数据的需要。进而,有助于降低总检验成本,并缩短过程出现问题到采取纠正措施之间的时间。
- d) 不论规格如何,这些图提供直接评估过程性能的视觉方法。将计量控制图与适当间隔上的直方图相结合,进行仔细观察,往往会找到改进过程的想法或建议。

所有计量控制图在应用中都假定质量特性的分布是正态的(高斯分布),一旦偏离该假设,就会影响控制图的性能,用于计算控制限的因子都是基于正态性假设得到的。由于大多数控制限被用作决策时的经验性指导,对正态分布的微小偏离不必引起关注。而且,即使单个观测值不服从正态分布,中心极限定理会使均值趋于正态分布,这就使得  $\bar{X}$  图的正态性假设是合理的,即使对于子组大小为 4 或 5 的情形。当要进行能力研究而面对单个观测值的处理时,数据分布的真实状况则很重要。对该假设的持续有效,定期进行检查是明智的,尤其是确保所使用的数据来自单个总体。要指出的是,极差和标准差的分布不是正态分布。虽然极差图与标准差图需要使用正态性假设来确定控制限的因子,但是如果过程数据不完全服从正态性假设,也可使用这些控制图进行经验决策。

计量控制图根据散布(过程波动)和位置(过程均值)来描述过程数据。有鉴于此,计量控制图总是成对地出现并加以分析,即一张控制位置的控制图和一张控制散布的控制图。先分析控制散布的控制图,因为它为过程标准差的估计提供了理论依据。进而,过程标准差的估计结果可用于设定控制位置的控制图的控制限。

每张控制图都要使用控制限,它们可能是基于样本数据估计得到的,也可能是基于给定的过程参数得到的。表 1 和表 3 以下标“0”来表明指定值,例如, $\mu_0$  是给定的过程均值, $\sigma_0$  是给定的过程标准差。

下面将介绍最常用的计量控制图。

## 6.2 均值 $\bar{X}$ 图和极差 $R$ 图或均值 $\bar{X}$ 图和标准差 $s$ 图

当子组样本量比较小(通常小于 10),可以使用  $\bar{X}$  图和  $R$  图。当子组样本量比较大(通常  $\geq 10$ ),倾向于使用  $\bar{X}$  图和  $s$  图。因为随着子组样本量的增大,用极差估计过程标准差的效率会降低。当可以使用电子设备来计算过程的控制限时,显然更倾向于标准差。

表 1 和表 2 给出了计量控制图每张控制图的控制限的计算公式和因子。

表 1 计量控制图控制限的计算公式

| 统计量                              | 估计得到的控制限  |                                                                   | 可预先确定的控制限      |                              |
|----------------------------------|-----------|-------------------------------------------------------------------|----------------|------------------------------|
|                                  | 中心线       | $U_{CL}$ 和 $L_{CL}$                                               | 中心线            | $U_{CL}$ 和 $L_{CL}$          |
| $\bar{X}$                        | $\bar{X}$ | $\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$ 或 $\bar{\bar{X}} \pm A_3 \bar{s}$ | $\mu_0$        | $\mu_0 \pm A \sigma_0$       |
| $R$                              | $\bar{R}$ | $D_4 \bar{R}, D_3 \bar{R}$                                        | $d_2 \sigma_0$ | $D_2 \sigma_0, D_1 \sigma_0$ |
| $s$                              | $\bar{s}$ | $B_4 \bar{s}, B_3 \bar{s}$                                        | $c_4 \sigma_0$ | $B_6 \sigma_0, B_5 \sigma_0$ |
| 注: $\mu_0$ 和 $\sigma_0$ 为预先给定的值。 |           |                                                                   |                |                              |



表 2 计量控制图控制限的因子

| 子组大小<br>$n$              | 控制限因子       |       |       |       |       |       |       |        |       |       |       | 中心线因子       |             |
|--------------------------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------------|-------------|
|                          | $\bar{X}$ 图 |       |       | $s$ 图 |       |       |       | $R$ 图* |       |       |       | 使用<br>$s^*$ | 使用<br>$R^*$ |
|                          | $A$         | $A_2$ | $A_3$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | $B_6$ | $D_1$  | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ | $C_4$       | $d_2$       |
| 2                        | 2.121       | 1.880 | 2.659 | —     | 3.267 | —     | 2.606 | —      | 3.686 | —     | 3.267 | 0.797 9     | 1.128       |
| 3                        | 1.732       | 1.023 | 1.954 | —     | 2.568 | —     | 2.276 | —      | 4.358 | —     | 2.575 | 0.886 2     | 1.693       |
| 4                        | 1.500       | 0.729 | 1.628 | —     | 2.266 | —     | 2.088 | —      | 4.698 | —     | 2.282 | 0.921 3     | 2.059       |
| 5                        | 1.342       | 0.577 | 1.427 | —     | 2.089 | —     | 1.964 | —      | 4.918 | —     | 2.114 | 0.940 0     | 2.326       |
|                          |             |       |       |       |       |       |       |        |       |       |       |             |             |
| 6                        | 1.225       | 0.483 | 1.287 | 0.030 | 1.970 | 0.029 | 1.874 | —      | 5.079 | —     | 2.004 | 0.951 5     | 2.534       |
| 7                        | 1.134       | 0.419 | 1.182 | 0.118 | 1.882 | 0.113 | 1.806 | 0.205  | 5.204 | 0.076 | 1.924 | 0.959 4     | 2.704       |
| 8                        | 1.061       | 0.373 | 1.099 | 0.185 | 1.815 | 0.179 | 1.751 | 0.388  | 5.307 | 0.136 | 1.864 | 0.965 0     | 2.847       |
| 9                        | 1.000       | 0.337 | 1.032 | 0.239 | 1.761 | 0.232 | 1.707 | 0.547  | 5.394 | 0.184 | 1.816 | 0.969 3     | 2.970       |
| 10                       | 0.949       | 0.308 | 0.975 | 0.284 | 1.716 | 0.276 | 1.669 | 0.686  | 5.469 | 0.223 | 1.777 | 0.972 7     | 3.078       |
|                          |             |       |       |       |       |       |       |        |       |       |       |             |             |
| 11                       | 0.905       | 0.285 | 0.927 | 0.321 | 1.679 | 0.313 | 1.637 | 0.811  | 5.535 | 0.256 | 1.744 | 0.975 4     | 3.173       |
| 12                       | 0.866       | 0.266 | 0.886 | 0.354 | 1.646 | 0.346 | 1.610 | 0.923  | 5.594 | 0.283 | 1.717 | 0.977 6     | 3.258       |
| 13                       | 0.832       | 0.249 | 0.850 | 0.382 | 1.618 | 0.374 | 1.585 | 1.025  | 5.647 | 0.307 | 1.693 | 0.979 4     | 3.336       |
| 14                       | 0.802       | 0.235 | 0.817 | 0.406 | 1.594 | 0.399 | 1.563 | 1.118  | 5.696 | 0.328 | 1.672 | 0.981 0     | 3.407       |
| 15                       | 0.775       | 0.223 | 0.789 | 0.428 | 1.572 | 0.421 | 1.544 | 1.203  | 57.40 | 0.347 | 1.653 | 0.982 3     | 3.472       |
|                          |             |       |       |       |       |       |       |        |       |       |       |             |             |
| 16                       | 0.750       | 0.212 | 0.763 | 0.448 | 1.552 | 0.440 | 1.526 | 1.282  | 5.782 | 0.363 | 1.637 | 0.983 5     | 3.532       |
| 17                       | 0.728       | 0.203 | 0.739 | 0.466 | 1.534 | 0.458 | 1.511 | 1.356  | 5.820 | 0.378 | 1.622 | 0.984 5     | 3.588       |
| 18                       | 0.707       | 0.194 | 0.718 | 0.482 | 1.518 | 0.475 | 1.496 | 1.424  | 5.856 | 0.391 | 1.609 | 0.985 4     | 3.640       |
| 19                       | 0.688       | 0.187 | 0.698 | 0.497 | 1.503 | 0.490 | 1.483 | 1.489  | 5.889 | 0.404 | 1.596 | 0.986 2     | 3.689       |
| 20                       | 0.671       | 0.180 | 0.680 | 0.510 | 1.490 | 0.504 | 1.470 | 1.549  | 5.921 | 0.415 | 1.585 | 0.986 9     | 3.735       |
|                          |             |       |       |       |       |       |       |        |       |       |       |             |             |
| 21                       | 0.655       | 0.173 | 0.663 | 0.523 | 1.477 | 0.516 | 1.459 | 1.606  | 5.951 | 0.425 | 1.575 | 0.987 6     | 3.778       |
| 22                       | 0.640       | 0.167 | 0.647 | 0.534 | 1.466 | 0.528 | 1.448 | 1.660  | 5.979 | 0.435 | 1.567 | 0.988 2     | 3.819       |
| 23                       | 0.626       | 0.162 | 0.633 | 0.545 | 1.455 | 0.539 | 1.438 | 1.711  | 6.006 | 0.443 | 1.557 | 0.988 7     | 3.858       |
| 24                       | 0.612       | 0.157 | 0.619 | 0.555 | 1.445 | 0.549 | 1.429 | 1.759  | 6.032 | 0.452 | 1.548 | 0.989 2     | 3.895       |
| 25                       | 0.600       | 0.153 | 0.606 | 0.565 | 1.435 | 0.559 | 1.420 | 1.805  | 6.056 | 0.459 | 1.541 | 0.989 6     | 3.931       |
| * 子组大小 $n > 10$ 时, 不做推荐。 |             |       |       |       |       |       |       |        |       |       |       |             |             |

6.3 单值  $\bar{X}$  图和移动极差  $R_m$  图

某些过程控制的情形下,选择合理子组是不可能的、不实际的、甚至是无意义的。此时,就需要使用  $\bar{X}$  图和  $R_m$  图,对只能获得单个观测数据的过程进行控制。

使用单值控制图的情形,由于没有合理子组来提供对波动性的估计,故而,要利用两个相邻观测值的移动极差来得到对波动性的估计,进而设定控制限。

移动范围是成对相邻测量值之差的绝对值,即第一个和第二个观测值之差的绝对值,第二个和第三个观测值之差的绝对值,依此类推。利用移动极差,计算移动极差的平均值  $\bar{R}_m$ ,利用全部采集到的数据,计算总的平均值  $\bar{X}$ ,用于控制图的构建。表 3 给出了单值控制图和移动极差控制图的控制限的计算公式。

对于单值控制图,要谨慎行事:

- a) 单值控制图控制过程的变化不如基于子组的控制图那么敏感;
- b) 如果过程不服从正态分布,对单值控制图的解释要特别小心;
- c) 单值控制图要利用相邻观测值差值的均值,把过程的异常波动剥离出来。这意味着数据是时序的,并且过程在任何两个相邻个体的采集之间,不能发生显著的变化。故而,以化工产品的生产为例,下面这样的处置是欠考虑的:从两个不连续的化学反应中采集数据,移动极差的计算来源于第一次化学反应的最后一批产品和第二次化学反应的第一批产品,尤其是在这两次化学反应之间存在停顿。

表 3 单值控制图与移动极差控制图的控制限计算公式

| 统计量                                 | 估计得到的控制限    |                               | 可预先确定的控制限        |                        |
|-------------------------------------|-------------|-------------------------------|------------------|------------------------|
|                                     | 中心线         | $U_{CL}$ 和 $L_{CL}$           | 中心线              | $U_{CL}$ 和 $L_{CL}$    |
| 单值 $\bar{X}$                        | $\bar{X}$   | $\bar{X} \pm 2.660 \bar{R}_m$ | $\mu_0$          | $\mu_0 \pm 3 \sigma_0$ |
| 移动极差 $R_m$                          | $\bar{R}_m$ | $3.267 \bar{R}_m$             | $1.128 \sigma_0$ | $3.868 \sigma_0$       |
| 注 1: $\mu_0$ 和 $\sigma_0$ 为预先给定的值。  |             |                               |                  |                        |
| 注 2: $\bar{R}_m$ 表示相邻观测值之间移动极差的平均值。 |             |                               |                  |                        |

6.4 中位数  $\tilde{X}$  控制图

6.4.1 概述

在需要降低子组中极端值的影响时,中位数图成为控制过程位置的均值  $\bar{X}$  图的替代方案。例如,在测量拉伸强度时,子组从高度变化的样本通过自动采集所获得,就可能会出现这种情形。中位数图更易于使用,并不需要太多的计算,特别是对于包含奇数个观测值的子组样本量较小的子组。这可以增加车间对控制图方法的接受度,尤其是子组里的单个观测值与中位数一起绘制在一张控制图。这样即显示了过程输出的散布,又给出了过程波动变化的持续图片。要指出的是,中位数图比均值  $\bar{X}$  图对失控状态的响应要稍微慢一点。

中位数图的控制限有两种计算方法:使用子组中位数的中位数和极差的中位数;使用子组中位数的平均值和极差的平均值。本部分只考虑后一种方法,它很简单且易于使用。

6.4.2 中位数图

中心线和控制限的计算见式(1)~式(3):

中心线  $= \bar{\bar{X}} = \text{子组中位数的平均值} \dots\dots\dots (1)$

上控制限  $U_{CL\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_4 \bar{R} \dots\dots\dots (2)$

下控制限  $L_{CL\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_4 \bar{R} \dots\dots\dots (3)$

表 4 给出了因子  $A_4$  的取值。

表 4  $A_4$  的取值

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $n$   | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
| $A_4$ | 1.880 | 1.187 | 0.796 | 0.691 | 0.548 | 0.508 | 0.433 | 0.412 | 0.362 |

6.4.3 极差图

这里极差图的构造与 6.2 中  $\bar{X}$  图和  $R$  图中极差图的构造相同。

7 计量控制图的控制程序和解释

7.1 概述

休哈特提出的常规控制图规定,如果过程位置和过程波动性都保持不变,那么,用于绘图打点的统计量(例如  $\bar{X}, R, s$ )的变化仅由偶然因素随机发生,并且极少会超出控制限。同样,数据中也不会存在明显的超出偶然因素随机发生的趋势或模式。控制位置的控制图给出过程均值所在的位置,并表明相对于均值来说过程是否稳定。例如,  $\bar{X}$  图的设计揭示了组间波动随时间的变化,以检测子组之间均值的变化。  $s$  图或  $R$  图的设计则揭示了给定时间内的组内波动,以检测过程波动性的变化。在给出控制位置的控制图的解释之前,需要先确认  $s$  图或  $R$  图处于受控状态。下面的控制程序适用于  $\bar{X}$  图和  $s$  图(或  $R$  图)。其他控制图也可使用类似的程序,这里包括合理子组不适用的单值( $X$ )控制图。

7.2 收集初步数据

从处于标准操作条件下的过程,收集合理子组的初步数据(参见 11.3)。计算每个子组的  $s$ (或  $R$ )。计算子组统计量的平均值( $\bar{s}$  或  $\bar{R}$ )。通常,最少要采集 25 个初始子组,以确保对过程波动性的可靠估计( $\bar{s}$  或  $\bar{R}$ ),随后确定控制限。

7.3 检查  $s$ (或  $R$ )图

计算并绘制  $s$ (或  $R$ )图的试验中心线和控制限。对比试验控制限,观察图上的数据点,看看是否有落在控制限外的点子以及不常见的趋势或模式存在。对于控制图发出每个警报,分析生产过程,尝试去识别和剔除可查明原因。

注 1:  $s$  图和  $R$  图的抽样分布关于均值是不对称的。然而,为了  $s$  图和  $R$  图能够简单且易于构建,3 西格玛对称控制限的设置被广泛采用。当计算得到的下控制限为负值时,下控制限被设定为 0。

注 2: 如果某失控点的可查明原因无法识别,则保留该失控点用以控制限的计算。

7.4 剔除可查明原因并修改控制图

剔除所有被已识别可查明原因影响的子组,然后重新计算修改后的中心线和控制限,并绘制控制图。检查控制图,与修改后的控制限相对比,确定所有剩余的数据点是否显示过程处于统计控制状态。如有必要,重复识别随后重新计算的步骤。

确保至少有 2/3 的子组被保留。如有必要,补充收集更多的子组。

7.5 检查  $\bar{X}$  图

一旦对标准差(或极差)的分析发现,过程处于统计控制状态,过程波动性(组内波动)被认为是稳定的。于是,可以对平均值进行分析,以检查过程的中心位置是否随时间变化。计算并绘制  $\bar{X}$  图的中心线和控制限。对比控制限,观察图上的数据点,看看是否有落在控制限外的点子以及不常见的趋势或模式存在。剔除可查明原因已经被识别的失控点,重新计算修改后的中心线和控制限,并绘制控制图。检查控制图,与修改后的控制限相对比,确定所有剩余的数据点是否显示过程处于统计控制状态。如有必要,重复识别随后重新计算的步骤。

构造  $s$ (或  $R$ )图时所有被剔除的子组,在构造  $\bar{X}$  图时也应被剔除。

注 1: 剔除失控条件所对应的子组,以确保得到的控制限能够反映仅由偶然原因带来的过程波动。

注 2: 确定控制限时,不能被剔除的失控条件要在绘制的控制图上有所体现,以便为深入了解过程行为和辅助调查,提供重要线索。

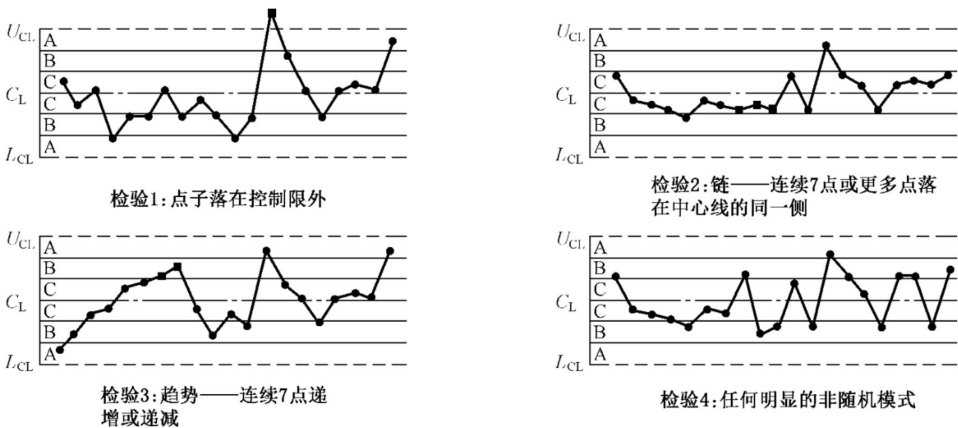
7.6 持续监测过程

当控制图不再有警报发出,过程处于统计控制状态,就可采用这些修订后的控制限对未来的过程进行持续监测。由于过程已经被证明处于统计控制状态,故而,在控制用阶段当更多的子组被采集时,无须改变控制限。当然,无论何时过程发生变化,控制限都需要进行调整。

倘若控制图发出警报、可查明原因被识别且消除该可查明原因需要对过程进行重大改变,那么,可能需要开展 7.1~7.4 所描述的识别/重复计算的过程,重新建立对过程的控制。

8 波动可查明原因的检验模式

控制图上的或非随机的模式,可能表明过程均值或过程波动性发生了细微变化,这些变化可能不够大,不足以像点子落在控制限外,快速地显示过程出现的变化。分析人员要对控制图上显示过程可查明原因影响的这些模式非常警觉。图 3 示意性地给出了一组用于解释  $\bar{X}$  图和  $X$  图的检验模式。



注 1: 不同行业可能会使用不同的检验模式。

注 2: 对于下控制限被设置为零的  $p$ 、 $np$ 、 $c$  和  $u$  图,不能在中心线与下控制限之间设置三个 1 西格玛的区域。

图 3 波动可查明原因的检验模式示例

为了应用这些检验模式,控制图在中心线的两侧等分成三个区域 A、B 和 C,每个区域的宽度为一个西格玛。这样的区域划分使调查人员能够轻松地检测出偏离稳定过程的检验模式。例如,检验模式

4“明显的非随机模式”在这样的划分中更易于被检测。可以预计,稳定过程中大于  $2/3$  的点子会落在 C 区。如果落在 C 区的点子远少于  $2/3$ ,如图 3 的检验模式 4 所示,则关注该非随机模式,进而引发对过程潜在的可查明原因的深入调查。下面是图 3 四种检验模式所给出的警示:

- a) 检验模式 1 表示存在失控状态;
- b) 检验模式 2 表示过程均值或波动性已经偏离中心线;
- c) 检验模式 3 表示过程出现有规则的线性趋势;
- d) 检验模式 4 表示过程出现非随机或周期性模式。

对于这些检验模式更全面的讨论,请参见 Nelson, L.S.(1984)<sup>[3]</sup> 和 Nelson, L.S.(1985)<sup>[4]</sup>。附录 A 给出了波动可查明原因的检验模式的注意事项。

控制图上违反一个或多个检验模式的点子序列,显示过程处于失控状态,需要对过程波动的可查明因素进行诊断和纠正。这些补充的检验规则确实提高了控制图检测过程均值小偏移的能力,但却以更高的虚发警报概率为代价。相对于只应用检验模式 1 的虚发警报概率  $3\%$ ,检验模式 1~检验模式 3 同时应用时  $\bar{X}$  图或  $X$  图的虚发警报概率约为  $10\%$ 。

## 9 过程控制、过程能力和过程改进

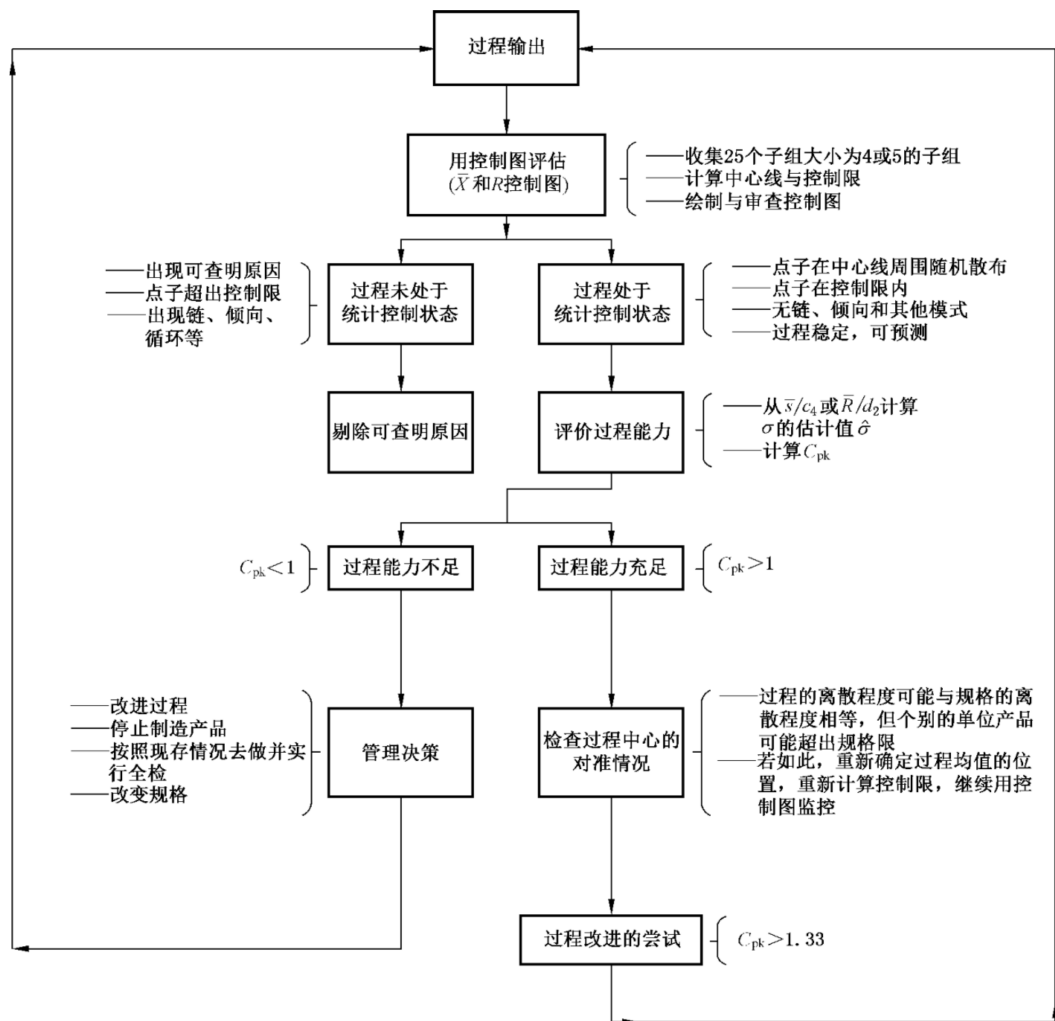
过程控制系统的功效是分离波动的偶然原因与可查明原因,当存在可查明原因时发出警报,使得过程处于没有可查明原因存在的状态。通过不断努力,系统性地消除带来过度变化的可查明原因,使过程处于统计控制状态。一旦过程在统计控制状态中运行,过程性能是可预测的,并且可以评估其满足规格的能力。预测是管理的本质,故而,这种洞察过程更具有一致性、可预测性和可靠性的能力是无价的。

过程能力取决于仅由偶然原因造成的总波动,偶然原因带来的波动是剔除掉所有可查明原因后的最小波动。过程能力表示过程本身固有的表现,由处于统计控制状态下的过程进行描述(见 ISO 22514)。由此可见,在评估过程能力之前,一定要先确认过程处于统计控制状态。因此,在  $\bar{X}$  图和  $R$  图的控制问题都得到解决后,开始对过程能力进行评估,换言之,异常原因已经被识别、分析、纠正并防止再次发生,正在使用的控制图表示过程保持在统计控制状态。更为可取地是,对于至少 25 个子组,判断过程处于统计控制状态。通常过程输出的分布与工程规格相对比,以判断能否始终被满足规格。

通常使用过程能力指数  $C_p$  和  $C_{pk}$  来衡量过程能力。 $C_p$  值小于 1 表示该过程能力不足,而  $C_p = 1$  仅意味着过程可以被接受。实际工作中,通常将  $C_p$  值为 1.33 作为最低可接受值,因为总是存在一些采样带来的波动,并且过程很少能始终处于统计控制状态。

然而,一定要指出的是, $C_p$  仅衡量了过程散布与规格界限的关系,而没有考虑过程的中心位置或聚中趋势。即使拥有较高的  $C_p$  值,出现超出规格界限的任何百分比都是可能的。有鉴于此,考虑过程均值与最接近的规格界限的距离就显得非常重要。这就引出了对  $C_{pk}$  的考量。

图 4 示意性地展示了进行过程控制、过程能力和过程改进的关键步骤。对过程能力最低要求的具体设定是供应商和客户之间谈判的结果。



注: 最佳子组样本量是子组的组内波动与组间波动的函数。

图 4 过程改进的策略

## 10 计数控制图

用计数数据表示得到的观测值。通过关注子组内每个样品的某特性(或属性)存在与否, 计数拥有或不拥有该属性的样品数, 也可以是在某样品、某组或某区域内这样事件发生的次数。获得计数数据通常快速而廉价, 往往不需要专门的采集方法。表 5 给出计数控制图的控制限公式。

使用计量数据进行过程改进备受关注, 但主要行业的反馈数据表明, 超过 80% 的质量问题归因于本质属性。因此, 更需要重视的是使用控制图对属性特性的改进。

应用计量控制图时, 通常做法是使用一对控制图: 一张控制图用于控制均值, 一张控制图用于控制散布。这是必要的, 因为计量控制图的基础分布是正态分布, 而正态分布取决于两个参数。然而, 应用计数控制图时, 一张控制图就足够了, 因为计数控制图的假定分布仅有一个独立的参数, 即均值水平。 $p$  和  $np$  图基于二项分布,  $c$  和  $u$  图则基于泊松分布。

除了要考虑子组大小变化带来的影响, 这些控制图的计算是相似的。当子组大小保持不变时, 每个子组控制限的设置是相同的。然而, 当每个子组检测的样品数不同时, 则每个子组的控制限需要分别进行计算。 $np$  和  $c$  图适用于子组样本量恒定的情形, 而  $p$  和  $u$  图对子组样本量恒定与否皆可使用。

如果子组样本量因样本而异, 则需为每个样本计算单独的控制限。子组大小越小, 上下控制限之间



控制范围越宽,反之亦然。如果子组大小的变化不明显,则可以基于子组大小的均值来设置唯一的控制限。实际应用中,这样的处理适用于子组大小处于子组大小目标值±25%内的情形。

注: 或者还可以考虑使用子组样本量的最小值和最大值所对应的控制限。对于落在最小值与最大值之间情形,仅计算控制限。

表 5 计数控制图的控制限计算公式

| 统计量                                 | 标准值未给定      |                                             | 标准值给定  |                                 |
|-------------------------------------|-------------|---------------------------------------------|--------|---------------------------------|
|                                     | 中心线         | 3σ 控制限                                      | 中心线    | 3σ 控制限                          |
| $p$                                 | $\bar{p}$   | $\bar{p} \pm 3 \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$ | $p_0$  | $p_0 \pm 3 \sqrt{p_0(1-p_0)/n}$ |
| $np$                                | $n \bar{p}$ | $n \bar{p} \pm \sqrt{n \bar{p}(1-\bar{p})}$ | $np_0$ | $n p_0 \pm \sqrt{n p_0(1-p_0)}$ |
| $c$                                 | $\bar{c}$   | $\bar{c} \pm 3 \sqrt{\bar{c}}$              | $c_0$  | $c_0 \pm 3 \sqrt{c_0}$          |
| $u$                                 | $\bar{u}$   | $\bar{u} \pm 3 \sqrt{\bar{u}/n}$            | $u_0$  | $u_0 \pm 3 \sqrt{u_0/n}$        |
| 注 1: $p_0, np_0, c_0, u_0$ 为给定的标准值。 |             |                                             |        |                                 |
| 注 2: 当计算得到的下控制限为负时,则下控制限为 0。        |             |                                             |        |                                 |

对于子组样本量变化明显的情形,另一种可考虑的方法是标准化变量的使用。例如,绘制标准化的值而不是绘制  $p$  值。根据  $p$  的标准值是否预先给定,其标准化的值如式(4)、式(5)所示:

$$Z = \frac{p - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)/n}} \dots\dots\dots (4)$$

或

$$Z = \frac{p - \bar{p}}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})/n}} \dots\dots\dots (5)$$

这样,中心线以及控制限与子组大小无关,成为恒定的值:

- 中心线=0
- $U_{CL} = +3$
- $L_{CL} = -3$

$p$  图用以确定在一段时间内的平均不合格品率,以便引起员工和管理层对这个平均值变化的关注。与  $\bar{X}$  图和  $R$  图一样,也需要判断过程是否处于统计控制状态。如果所有样本点都落在试验控制限内而没有任何可查明原因出现的任何迹象,则过程处于受控状态。在这种情形下,平均不合格品率  $\bar{p}$  可用作不合格品率的标准值  $p_0$ 。

控制图上,相对于超出上控制限的点,低于下控制限的点要以不同的方式予以处理。它们可能暗示着由于偶然原因的消除而带来的过程变化,但更谨慎的说法:它们可能指向检验标准的降低。当出现对  $L_{CL}$  的重大突破时,了解原因并将工作标准的变化制度化至关重要。

11 设置控制图的前期准备

11.1 过程控制的关键质量特性 CTQ 的选择

能够对产品、过程或服务的性能产生严重影响特性,以及能够增加顾客价值的特性,都要在质量策划阶段进行分类。应该选择这样的特性,它们的波动是过程的重要因素,可以对产品或服务的质量产生决定性影响,并确保过程的稳定性和可预测性。这些特性可能与评估过程绩效(诸如:环境、健康、顾客满意等)直接相关,或者是实现设计意图至关重要的过程参数。在流程开发的早期阶段引入控制图,收集新产品和过程可行性的数据和信息,以便在生产前达成预期的过程能力。这样可以优化工艺流程,改

进工艺设计,提高产品质量和服务质量。

## 11.2 过程分析

如果可能,宜对过程进行详细分析以确定:

- a) 可能会造成违规的原因的种类和位置;
- b) 规范强制性的效果;
- c) 检测的方法和位置;
- d) 所有可能影响生产过程的相关因素。

还要深入分析,以确定过程的稳定性、测试设备的准确性、过程输出的质量以及不合格类型与不合格原因的关联模式。对必要的操作条件做出安排,以调整生产过程和设备,如果需要,还要为过程的统计控制状态制定计划。这将有助于准确指出建立控制的佳位置,迅速识别过程执行中任何不正常的情形,及时采取纠正措施。

## 11.3 合理分组的选择

休哈特的核心思想是将观测值划分为“合理子组”,这是控制图的基础。考虑将观测值分成子组,使得子组内的波动仅由偶然原因造成,子组之间的波动主要由控制图意图检测的可查明原因造成。

这取决于一些技术知识,以及对过程条件和数据采集条件的熟悉程度。可以通过时间或来源去识别每个子组,以便于追踪和纠正故障的具体原因。按照观测值采集的顺序给出的检查和测试记录,为基于时间的分组夯实基础。这是制造业中的常规做法,这对保持生产系统随时间的稳定性是很重要的。

务必记住,在收集数据时要谨慎地选择样本,使得它们可以被适当处理为一个个单独的合理小组,这样会使分析变得更为便利。如果可能,子组大小要保持不变,以便于计算和解释。当然,常规控制图的原则同样适用于子组大小变化的情形。

## 11.4 子组的频率和子组大小

对于子组频率或子组大小,没有一般性的规则存在。子组频率和子组大小往往取决于样本采集成本、样本分析难易以及现实考虑。例如,较小频率间隔的较大子组可以更准确地检测到过程均值的较小偏移,而较大频率间隔的较小子组则能更快地检测到过程均值的较大偏移。通常,子组大小被取为 4 或 5。采样频率在开始时通常比较高,一旦达到统计控制状态,则会采样频率降低。通常认为子组大小为 4 或 5 的 25 个子组足以提供初步估计。

值得注意的是,采样频率、统计控制和过程能力需要一起考虑。原因如下:平均极差  $\bar{R}$  的值通常用于估计  $\sigma$ 。随着子组内样品之间的时间间隔增加,带来波动的各种来源的数目也会增加。故而,子组内样品之间的散布增大, $\bar{R}$  增大, $\sigma$  的估值增大,控制限的间隔变宽,过程能力指数降低。反之,可以提供连续抽样,减小  $\bar{R}$ ,降低  $\sigma$  的估值,增加过程能力。

## 11.5 初始数据的采集

在确定了待控制的质量特性和采集样本的子组频率与子组大小之后,要开始采集一些初始的检测或测量得到的数据并加以分析,旨在提供绘制控制图的中心线与控制限所需要的数据。初始数据需要各个子组逐一进行收集,直到从连续运行的生产过程中得到推荐的 25 个子组。应该注意的是,在初始数据的收集期间,过程不会受到诸如原材料、操作者、操作方法、机器的设置等外部因素带来的间歇性影响。换言之,过程在收集初始数据期间,呈现稳定状态。

## 11.6 失控状态的行动方案

发现的两种变异类型和减少它们所需的行动类型之间有一个重要的联系。



控制图可用以检测波动的特殊原因。揭示特殊原因的来源并采取补救措施,通常是与过程直接相关的操作人员、主管或工程师的责任。管理层对超过 80% 的原因负责,并对系统中的偶然原因采取行动。特殊原因在当下就加以确定,通常由流程的所有者来采取行动。需要对某些根本原因(诸如:原料来源、设备维护、量具以及不可靠的测量方法)采取系统性的管理措施,作为调整过程的补救措施。紧密的团队合作是长期持续改进的关键。

当过程固有能力不足时,当过程有能力但未处于统计控制状态时,当发现过程在生产不合格品时,通常可以采取 100% 检验,直到过程得以纠正。

需要确保检查的一致性。测量不确定度要保持在可接受范围内。

## 12 构建控制图的步骤

## 12.1 概述

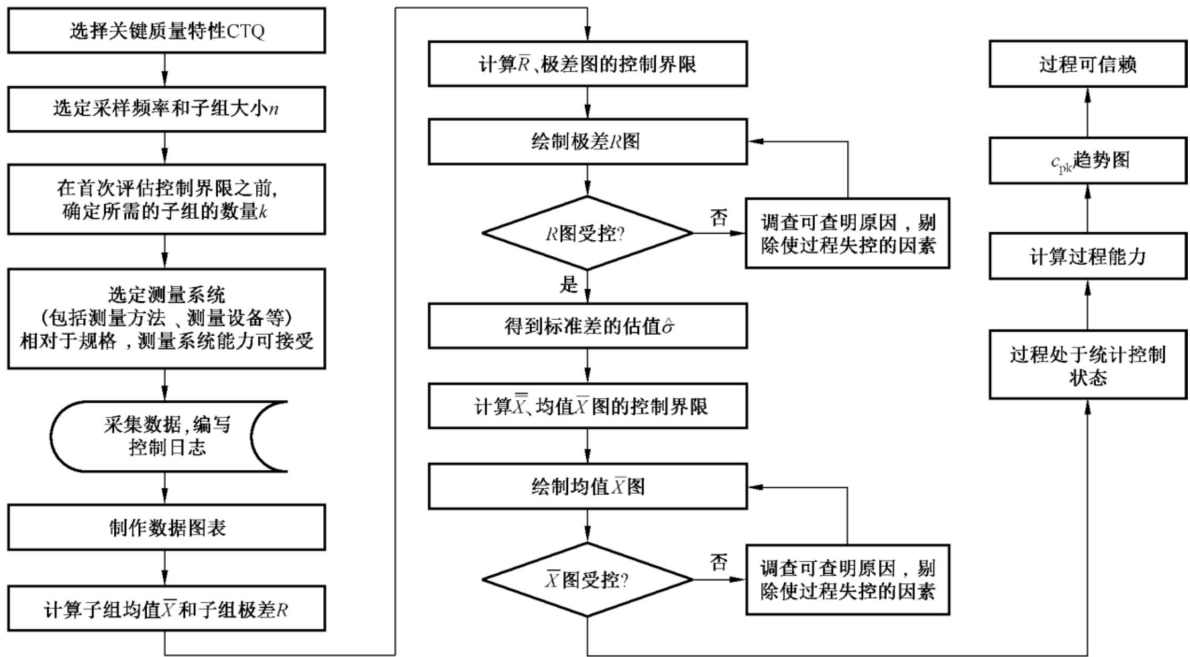
12.2~12.4 描述了未给定标准值时,构建  $\bar{X}$  图和  $R$  图的步骤,如附录 B 的示例所示。其他控制图的构建应遵循相同的基本步骤,只是用于确定控制限和中心线的计算方法不同。图 5 给出了计量控制图的典型格式。若对此格式进行调整,要与过程控制的特定要求相一致。

[illegible]

图 5 计量控制图的一般格式

### 12.2 确定数据的搜集策略

如果初始数据不是按照规定的方法采集子组得到的,那么,根据 11.3 讨论的合理子组原则,将全部观测值划分为连续子组。子组一定要具有相同的结构和子组大小。每个子组里的样品都拥有某些重要的偶然因素,例如,在相同的短时间间隔内产生的样品;或是在几个不同来源或地点中,取自同一个来源或地点的样品。不同的子组则表示产生样品的过程中可能存在的或可疑的差别,例如,不同的时间间隔,或是不同的来源或位置。



注: 准备一些已经了解到的变异来源和可查明原因。

图 6 计量控制图的构建方法

### 12.3 数据收集和计算

对每个子组, 计算均值  $\bar{X}$  和极差  $R$ 。然后, 计算所有观测值的总平均值  $\bar{\bar{X}}$  和极差平均值  $\bar{R}$ 。

### 12.4 绘制 $\bar{X}$ 和 $R$ 图

在适当的表格或方格纸上, 绘制  $\bar{X}$  图和  $R$  图。左边纵坐标用于表示  $\bar{X}$  和  $R$ , 横坐标表示子组编号。在  $\bar{X}$  图, 将计算得到的  $\bar{X}$  值打点; 在  $R$  图, 将计算得到的  $R$  值打点。

在相应的控制图上, 绘制水平实线来表示  $\bar{\bar{X}}$  和  $\bar{R}$ 。

将控制限绘制在控制图上。  $\bar{X}$  图上, 在  $\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$  处绘制两条水平虚线;  $R$  图上, 在  $D_3 \bar{R}$  和  $D_4 \bar{R}$  处绘制两条水平虚线, 其中:  $A_2$ 、 $D_3$  和  $D_4$  基于子组内的样品数即子组大小  $n$  由表 2 给出。当  $n$  小于 7 时, 因为  $D_3$  被设定为零, 故  $R$  图上的  $L_{CL}$  不再显示。

## 13 常规控制图的注意事项

### 13.1 注意事项

子组内的波动未必就是独一无二的偶然波动。子组是由处理批次组成的, 也就是说, 子组内的波动

就是批内存在的波动。这样的子组从物理表现和质量保证两个角度都是有意义的。因此,利用  $R$  图来控制这些处理批内的波动是必要的。

在利用热处理工艺进行大批量生产的早期,使用  $\bar{X}$  和  $R$  控制图,如图 7 所示。显然,这是标准值为给定情形下的  $\bar{X}$  和  $R$  控制图。 $R$  图显示过程处于统计控制状态,但  $\bar{X}$  图显示存在许多失控点。

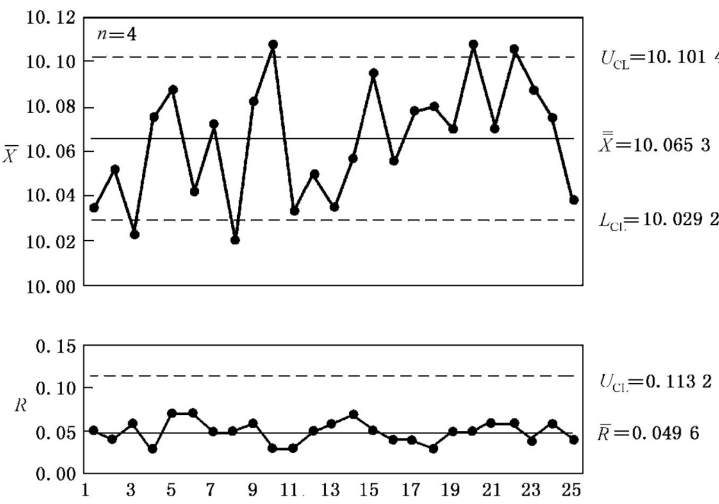


图 7 大批量生产早期的  $\bar{X}$  和  $R$  图

另外,利用与图 7 相同的数据,图 8 给出了另一对  $\bar{X}$  和  $R$  图,代替极差均值  $\bar{R}$ ,使用过程总变差来计算  $\bar{X}$  图的控制限。

图 8 显示过程处于统计控制状态。如果此时的过程性能也令人满意,则可以确认此过程从大批量生产的早期进入常规生产阶段。于是,图 8 中的  $\bar{X}$  和  $R$  图控制限可被用作大批量常规生产的标准控制水平。这意味着在大批量生产的早期,子组之间某些容许的原因所造成的随机波动,同样被看作是偶然因素引起的。

因此,要注意的是,子组内的波动未必就意味着是唯一的偶然波动。然而,  $\bar{X}$  图上,从 17 点到 24 点皆位于中心线上方,9 点至 24 点之间存在着上升趋势;极差图上,在  $\bar{R}$  值附近出现点子的聚集。这就表明通过检测和消除可查明原因,过程还有改进的潜力。

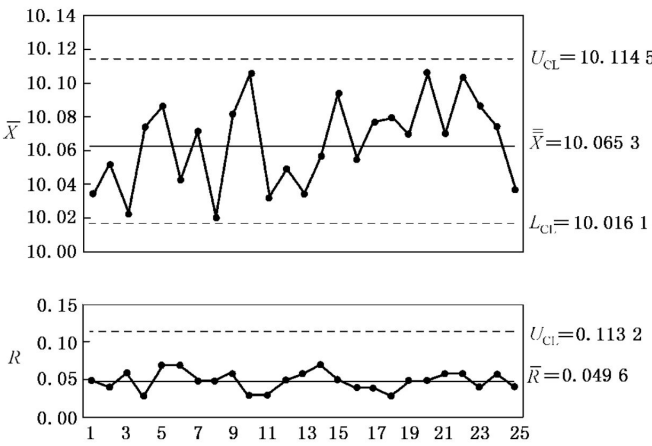


图 8  $\bar{X}$  和  $R$  图(代替极差均值  $\bar{R}$ , 基于过程总变差得到  $\bar{X}$  图的控制线)

### 13.2 数据相关

当出现数据相关时,根据式(6)用子组样本量  $n$  来构建  $\bar{X}$  图的基本方程不成立:

$$\sigma^2(\text{个体}) = \frac{\sigma^2(\bar{X})}{n} \dots\dots\dots (6)$$

因此,不适宜使用常规方法来计算控制限。

此时,要识别过程模型,进而将模型残差视为观测值。另一种方法则是应用  $\bar{X}$  的变差计算控制限。对此,要征求专家的意见。

### 13.3 3 西格玛的替代原则

控制过程均值的常规控制图可以快速检测到过程均值水平的大幅度持续偏移。然而,如果均值偏移的幅度较小,比如:1.5 标准差或更小的偏移,则  $\bar{X}$  控制图表现不佳。此时,如果需要尽快检测到过程均值相对理想水平的小偏移,通常要采用一些额外补充的检验模式。然而,这些补充的检验规则可能会增加虚发警报的概率,换言之,应用这些规则控制图发出警报的可能性会显著增加。在没有标准值的大批量生产早期,考虑使用第 8 章给出的补充规则,以提高过程性能。当然,还可以使用诸如指数加权滑动平均(EWMA)控制图或累积和控制图。

另一个规则是取代传统的失控规则以及控制图控制限的位置。如果连续三点中有两点落在 2 西格玛界限之外,则  $\bar{X}$  图会发出信号。当使用“三点中两点”检验准则时,宜将  $\bar{X}$  图上通常的 3 西格玛控制限,替换为中心线两侧 1.78 西格玛处的控制限。使用此准则和控制限,可以构建一张控制图,其虚发警报的概率与常规控制图中点子落在 3 西格玛界限外的概率相同。然而,使用这类修正的准则,对小幅度到中等幅度的过程偏移的检测概率将大大增加。

附录 A  
(资料性附录)

波动可查明原因的检验模式的注意事项

图 3 中使用模式测试的注意事项如下：

- a) 有许多不同的检验模式可以使用。图 3 所示是常用的检验模式。常规控制图旨在验证过程是否处于稳定状态。例如，半导体制造的氧化过程容易受到大气压力的影响，故在控制图中容易出现链。通常这样的状态并不被认为是不寻常的。因此，图 3 给出的这组检验模式不被视为特定的规则，而是作为一类指导原则来使用。要基于过程的通常状态，来指定检验模式。
- b) 如第 8 章所示，如果同时使用图 3 的某些检验模式，那么第一类错误的概率就会加大。在生产过程的早期阶段，统计过程控制的目的是使过程处于稳定状态，并改进过程以获得更佳的过程绩效。因此，要使用图 3 的一些检验模式，来积极而快速地检测可查明原因，然而，第一类错误的概率可能会变得太大。这可以被看作探索性的数据分析。另一方面，当生产阶段转变为大批量生产的常规阶段，统计过程控制的目的是使过程保持在受控状态。此时，要求第一类错误的概率非常小，因此，要避免一些检验模式的同时使用。检验模式 1 是常规控制图的基本规则，但也是一项综合测试。如果过程均值出现了较小的偏移和/或趋势，则补充规则的使用是有帮助的。例如，西部电气规则的检验模式 5 就可以被看作是检验模式 1 的补充。
- c) 西方电气规则：识别可查明原因的规则可以有很多。自 20 世纪 50 年代以来，一个常用的规则是被称为“西方电气规则”或 AT&T 规则的最佳准则。图 A.1 给出了这些规则中的八种典型检验模式。如前所述，基于所研究的过程，来确定使用哪些准则。

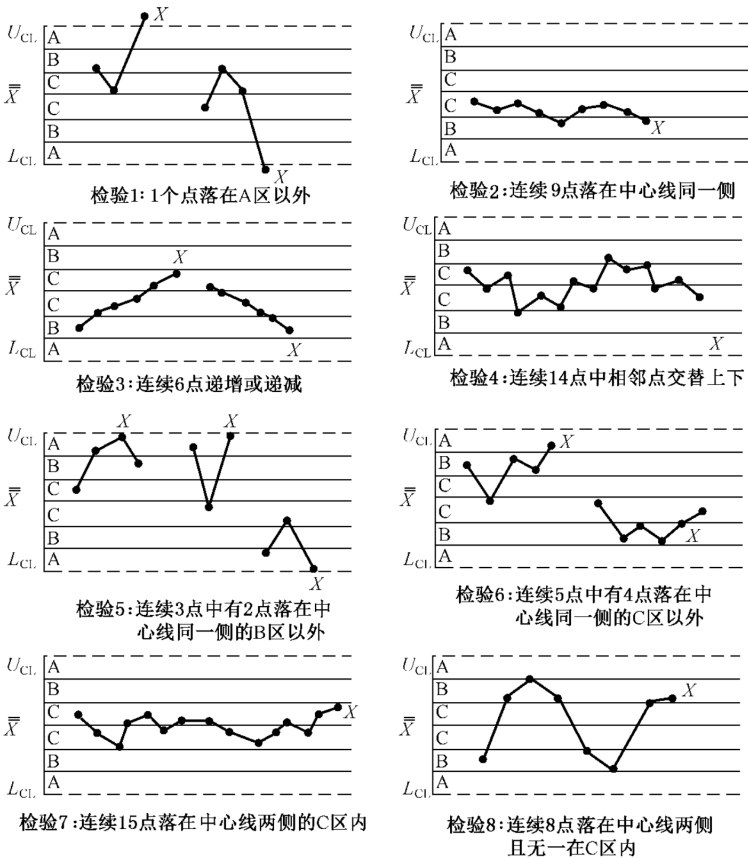


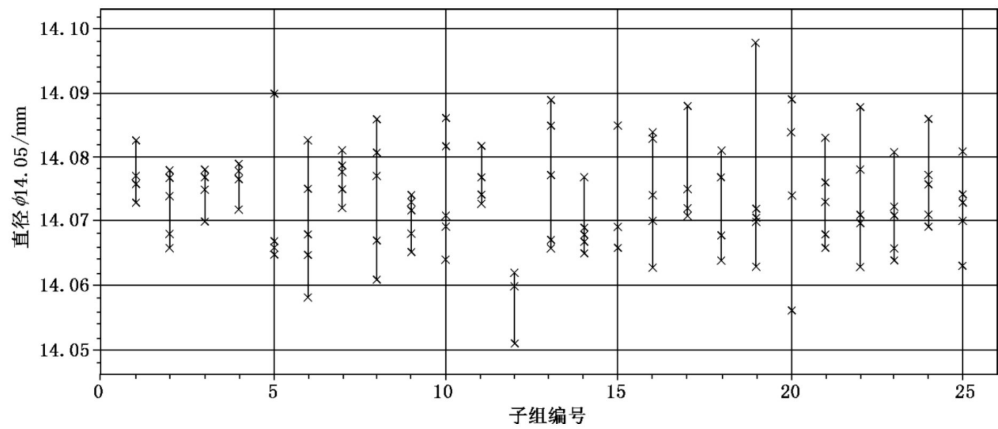
图 A.1 波动可查明原因的检验模式

附录 B  
(资料性附录)  
示例

B.1 计量控制图

B.1.1  $\bar{X}$  图和 R 图—— $\mu$  和  $\sigma$  未知

水泵供应商希望使用控制图来控制车削过程。一个重要特性是轴承直径。新产品每小时进行一次测量,获得了 25 组样本。表 B.1 给出了每个子组中的最大值和最小值。



注 1: 数据由来自子组大小为 5 的 25 个小组的 125 个数据点组成。这 125 个数据点绘制在图 B.1 中,对子组的计算结果在表 B.1 中给出。

注 2: 直方图也可以在旁边绘制。此图与直方图一起清晰地显示了过程行为。集中趋势和异常观测变得更加明显,否则不容易观察。

图 B.1 描点值

表 B.1 轴承直径测量值的子组分析结果

| $j$ | $\bar{X}_j$ | $x_{\min j}$ | $x_{\max j}$ | $R_j$ |
|-----|-------------|--------------|--------------|-------|
| 1   | 14.076 4    | 14.073       | 14.083       | 0.010 |
| 2   | 14.072 6    | 14.066       | 14.078       | 0.012 |
| 3   | 14.075 4    | 14.070       | 14.078       | 0.008 |
| 4   | 14.077 0    | 14.072       | 14.079       | 0.007 |
| 5   | 14.070 8    | 14.065       | 14.090       | 0.025 |
| 6   | 14.069 8    | 14.058       | 14.083       | 0.025 |
| 7   | 14.077 0    | 14.072       | 14.081       | 0.009 |
| 8   | 14.074 4    | 14.061       | 14.086       | 0.025 |
| 9   | 14.070 4    | 14.065       | 14.074       | 0.009 |
| 10  | 14.074 4    | 14.064       | 14.086       | 0.022 |

表 B.1 (续)

| $j$ | $\overline{X}_j$ | $x_{\min j}$ | $x_{\max j}$ | $R_j$ |
|-----|------------------|--------------|--------------|-------|
| 11  | 14.076 6         | 14.073       | 14.082       | 0.009 |
| 12  | 14.056 8         | 14.051       | 14.062       | 0.011 |
| 13  | 14.076 8         | 14.066       | 14.089       | 0.023 |
| 14  | 14.069 2         | 14.065       | 14.077       | 0.012 |
| 15  | 14.071 6         | 14.066       | 14.085       | 0.019 |
| 16  | 14.074 8         | 14.063       | 14.084       | 0.021 |
| 17  | 14.075 4         | 14.071       | 14.088       | 0.017 |
| 18  | 14.073 4         | 14.064       | 14.081       | 0.017 |
| 19  | 14.074 8         | 14.063       | 14.098       | 0.035 |
| 20  | 14.075 4         | 14.056       | 14.089       | 0.033 |
| 21  | 14.073 2         | 14.066       | 14.083       | 0.017 |
| 22  | 14.074 0         | 14.063       | 14.088       | 0.025 |
| 23  | 14.070 8         | 14.064       | 14.081       | 0.017 |
| 24  | 14.076 0         | 14.069       | 14.086       | 0.017 |
| 25  | 14.072 2         | 14.063       | 14.081       | 0.018 |

在本示例里,  $\mu$  和  $\sigma$  是未知的, 故基于采集的全部数据计算  $\overline{\overline{X}}$  和  $\overline{R}$ 。  
计算每个子组的子组均值  $\overline{X}_j$  和子组极差  $R_j$ , 参见表 B.1。

基于以上, 计算  $\overline{\overline{X}}$  和  $\overline{R}$ , 见式(B.1)和式(B.2):

$$\overline{\overline{X}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \overline{X}_j = 14.073\ 2\ \text{mm} \quad \dots\dots\dots (\text{B.1})$$

$$\overline{R} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k R_j = 0.017\ 7\ \text{mm} \quad \dots\dots\dots (\text{B.2})$$

式中:

$k$ ——子组的个数, 这里  $k=25$ 。

第一步是绘制  $R$  图, 并评估过程是否处于受控状态。

此时, 子组大小  $n=5$ , 从表 2 中可获得  $D_3$  和  $D_4$  的值。

对于  $R$  图, 中心线和控制限计算见式(B.3)~式(B.5):

$$\text{中心线 CL} = \overline{R} = 0.017\ 7\ \text{mm} \quad \dots\dots\dots (\text{B.3})$$

$$U_{\text{CL}} = D_4 \times \overline{R} = 2.114 \times 0.017\ 7 \approx 0.037\ 4\ \text{mm} \quad \dots\dots\dots (\text{B.4})$$

$$L_{\text{CL}} = D_3 \times \overline{R}, \text{其中: } D_3 = 0, \text{当子组大小小于 7 时} \quad \dots\dots\dots (\text{B.5})$$

$R$  图表明过程处于受控状态, 见图 B.2。



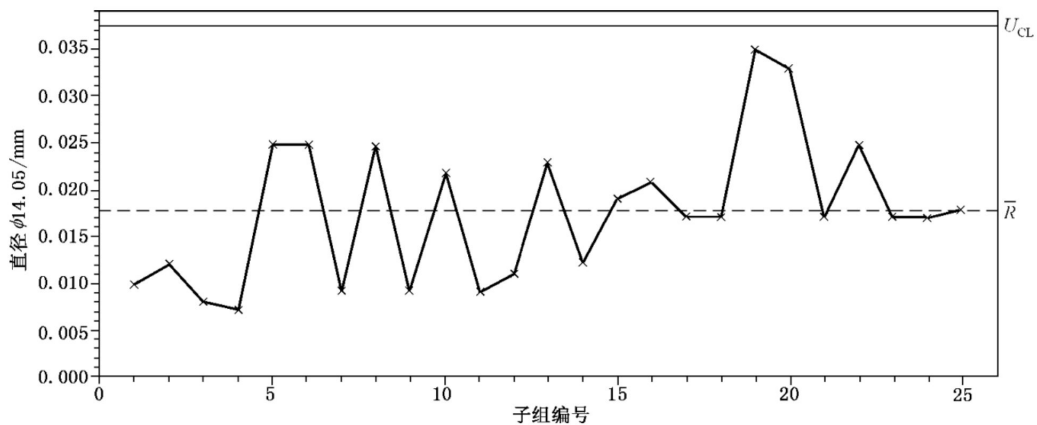


图 B.2 轴承直径的  $R$  图

然后,基于  $\bar{X}$  和  $R$  的数值,来计算  $\bar{X}$  图。

对于  $\bar{X}$  图,中心线和控制限见式(B.6)~式(B.8):

$$\text{中心线 CL} = \bar{\bar{X}} = 14.073\ 17\ \text{mm} \quad \cdots \cdots \cdots (\text{B.6})$$

$$U_{\text{CL}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \times \bar{R} = 14.073\ 17\ \text{mm} + (0.577 \times 0.017\ 72)\text{mm} = 14.083\ 41\ \text{mm} \approx 14.083\ 4\ \text{mm} \quad \cdots (\text{B.7})$$

$$L_{\text{CL}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \times \bar{R} = 14.073\ 17\ \text{mm} - (0.577 \times 0.017\ 72)\text{mm} = 14.062\ 93\ \text{mm} \approx 14.062\ 9\ \text{mm} \quad \cdots (\text{B.8})$$

此时,子组大小  $n=5$ ,从表 2 中可获得  $A_2$  的值。

$\bar{X}$  图表明过程未处于受控状态,见图 B.3。

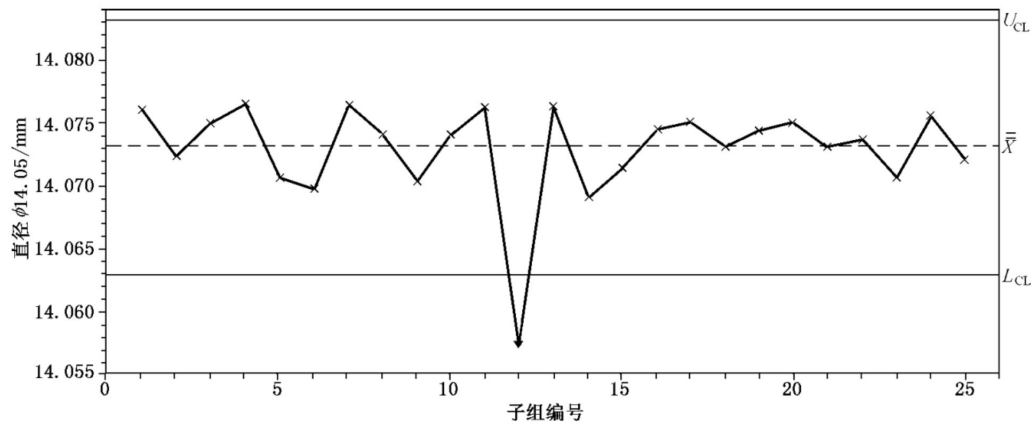


图 B.3 轴承直径的  $\bar{X}$  图

观察  $\bar{X}$  图发现第 12 个子组失控,表明可能有某些可查明原因在起作用。

于是,剔除第 12 个子组,重新计算  $\bar{\bar{X}}$  和  $\bar{R}$ ,见式(B.9)和式(B.10):

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \bar{x}_j = 14.073\ 85\ \text{mm} \quad \cdots \cdots \cdots (\text{B.9})$$

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k R_j = 0.018\ 00\ \text{mm} \quad \cdots \cdots \cdots (\text{B.10})$$

调整后的  $\bar{X}$  图,中心线和控制限计算见式(B.11)~式(B.13):

$$\text{中心线 CL} = \bar{\bar{X}} = 14.074\ 01\ \text{mm} \quad \cdots \cdots \cdots (\text{B.11})$$

$$U_{\text{CL}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \times \bar{R} = 14.073\ 85\ \text{mm} + (0.577 \times 0.018\ 00)\text{mm} = 14.084\ 23\ \text{mm} \approx 14.084\ 2\ \text{mm} \quad \cdots (\text{B.12})$$

$$L_{\text{CL}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \times \bar{R} = 14.073\ 85\ \text{mm} - (0.577 \times 0.018\ 00)\text{mm} = 14.063\ 46\ \text{mm} \approx 14.063\ 5\ \text{mm} \quad \cdots (\text{B.13})$$

调整后的  $R$  图,中心线和控制限见式(B.14)~式(B.16):

中心线  $CL = \bar{R} = 0.018\ 00\ \text{mm}$  ..... ( B.14 )

$U_{CL} = D_4 \times \bar{R} = 2.114 \times 0.018\ 00\ \text{mm} = 0.038\ 05\ \text{mm} \approx 0.038\ 1\ \text{mm}$  ..... ( B.15 )

$L_{CL} = D_3 \times \bar{R}$  其中当样本量小于 7 时,  $D_3 = 0$  ..... ( B.16 )

剔除第 12 个子组后,过程处于受控状态,见图 B.4。上述计算得到的控制限可以用于未来的过程控制。

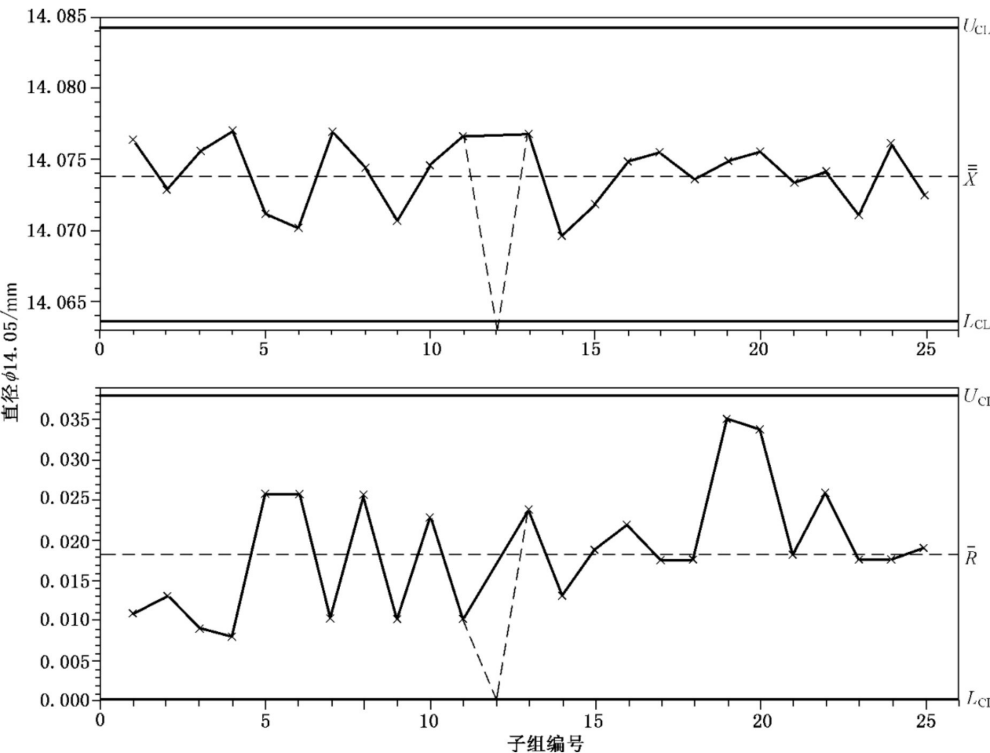


图 B.4 轴承直径的  $\bar{X}$  和  $R$  图

B.1.2  $\bar{X}$  图和  $s$  图——根据以往的生产数据,给定  $\mu$  和  $\sigma$

电池厂商希望控制电池的物理质量,电池的平均质量是 29.87 g。对以往生产过程的分析表明,过程标准差可以假定为 0.062 g。

于是  $\mu_0 = 29.87\ \text{g}$ ,  $\sigma_0 = 0.062\ \text{g}$ , 可以直接利用表 1 给出的公式和表 2 给出的子组大小为 5 时因子  $A$ 、 $C_4$ 、 $D_2$  和  $D_1$  的取值,构建控制图。

$\bar{X}$  图,中心线和控制限见式(B.17)~式(B.19):

中心线  $CL = \mu_0 = 29.87\ \text{mm}$  ..... ( B.17 )

$U_{CL} = \mu_0 + A \sigma_0 = 29.87\ \text{mm} + (1.342 \times 0.062)\text{mm} = 29.953\ 2\ \text{mm} \approx 29.953\ \text{mm}$  ..... ( B.18 )

$L_{CL} = \mu_0 - A \sigma_0 = 29.87\ \text{mm} - (1.342 \times 0.062)\text{mm} = 29.786\ 8\ \text{mm} \approx 29.787\ \text{mm}$  ..... ( B.19 )

$s$  图,中心线和控制限见式(B.20)~式(B.22):

中心线  $= C_4 \sigma_0 = 0.94 \times 0.062\ \text{mm} = 0.058\ 28\ \text{mm} \approx 0.058\ 3\ \text{mm}$  ..... ( B.20 )

$U_{CL} = B_6 \sigma_0 = 1.964 \times 0.062\ \text{mm} = 0.121\ 768\ \text{mm} \approx 0.121\ 8\ \text{mm}$  ..... ( B.21 )

$L_{CL} = B_5 \sigma_0$  其中当样本量小于 6 时,  $B_5 = 0$  ..... ( B.22 )

现从生产过程中采集了子组大小为 5 的 25 个样本,计算子组均值和标准差,参见表 B.2。

表 B.2 电池生产的子组分析结果

| $j$ | $\bar{X}_j$ | $s_j$ |
|-----|-------------|-------|
| 1   | 29.816      | 0.052 |
| 2   | 29.932      | 0.022 |
| 3   | 29.858      | 0.066 |
| 4   | 29.824      | 0.023 |
| 5   | 29.888      | 0.036 |
| 6   | 29.830      | 0.066 |
| 7   | 29.868      | 0.043 |
| 8   | 29.876      | 0.038 |
| 9   | 29.910      | 0.064 |
| 10  | 29.802      | 0.049 |
| 11  | 29.884      | 0.019 |
| 12  | 29.880      | 0.019 |
| 13  | 29.916      | 0.031 |
| 14  | 29.898      | 0.040 |
| 15  | 29.946      | 0.058 |
| 16  | 29.842      | 0.045 |
| 17  | 29.824      | 0.063 |
| 18  | 29.904      | 0.056 |
| 19  | 29.912      | 0.056 |
| 20  | 29.886      | 0.048 |
| 21  | 29.908      | 0.073 |
| 22  | 29.852      | 0.041 |
| 23  | 29.828      | 0.048 |
| 24  | 29.904      | 0.065 |
| 25  | 29.902      | 0.013 |

将子组的分析结果和前面计算得到的控制限一同绘制在控制图上,见图 B.5。

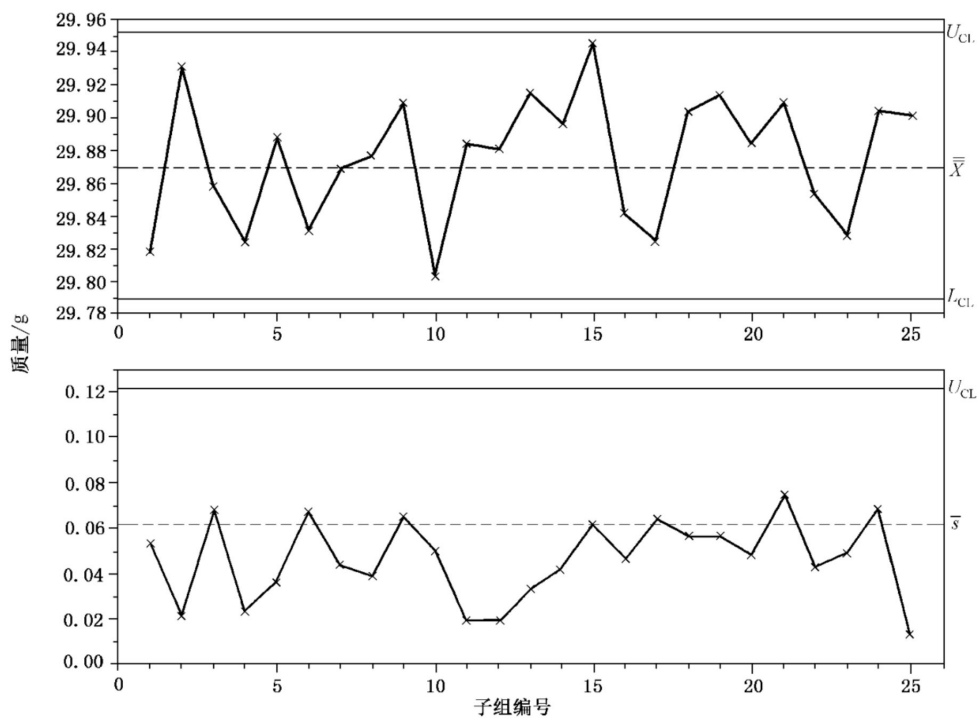


图 B.5 电池质量的  $\bar{X}$  和  $s$  图

图 B.5 中的控制图显示过程处于统计控制状态。

B.1.3 单值和移动极差控制图—— $\mu$  和  $\sigma$  未知

表 B.3 给出连续 25 个批次的脱脂奶粉样品中“湿度百分比”的实验室分析结果。代表着批次的脱脂奶粉样品,要在实验室里分析其脂肪、水分、酸度、溶解度指数、沉降、细菌和乳清蛋白等各种特性。其目的是控制过程的湿度百分比低于 4%。单个批次内的抽样变化可以忽略不计,因此决定每批次只进行一次观测,基于相邻批次的移动极差来设置控制限。

表 B.3 连续 25 样品的脱脂奶粉的湿度百分比

| 批次      | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X:湿度百分比 | 2.9 | 3.2 | 3.6 | 4.3 | 3.8 | 3.5 | 3.0 | 3.1 | 3.6 | 3.5 | 3.1 | 3.4 | 3.4 |
| $R_m$   |     | 0.3 | 0.4 | 0.7 | 0.5 | 0.3 | 0.5 | 0.1 | 0.5 | 0.1 | 0.4 | 0.3 | 0   |
| 批次      | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  | 21  | 22  | 23  | 24  | 25  |     |
| X:湿度百分比 | 3.6 | 3.3 | 3.9 | 3.5 | 3.6 | 3.3 | 3.0 | 3.4 | 3.8 | 3.5 | 3.2 | 3.5 |     |
| $R_m$   | 0.2 | 0.3 | 0.6 | 0.4 | 0.1 | 0.3 | 0.3 | 0.4 | 0.4 | 0.3 | 0.3 | 0.3 |     |

计算  $\bar{X}$  和  $\bar{R}$ , 见式 (B.23) 和式 (B.24):

$$\bar{X} = \frac{2.9 + 3.2 + \cdots + 3.5}{25} = \frac{86}{25} = 3.44\% \quad \cdots \cdots \cdots (B.23)$$

$$\bar{R} = \frac{0.3 + 0.4 + \cdots + 0.3}{24} = \frac{8}{24} = 0.33\% \quad \cdots \cdots \cdots (B.24)$$

移动极差图的控制线见式 (B.25) ~ 式 (B.27):

$$\text{中心线 CL} = \bar{R} = 0.33\% \quad \cdots \cdots \cdots (B.25)$$

$$U_{CL} = D_4 \bar{R} = 3.267 \times 0.33 = 1.078 \approx 1.08 \quad \dots\dots\dots (B.26)$$

$$L_{CL} = D_3 \bar{R} = 0 \times 0.33 \quad \dots\dots\dots (B.27)$$

其中:因子 $D_3$ 和 $D_4$ 的取值是利用表 2 对应  $n=2$  的数据得到的。由于移动极差图显示过程处于统计控制状态,故进行单值控制图的绘制。

单值控制图的控制线如下,见式(B.28)~式(B.30):

$$\text{中心线 } CL = \bar{X} = 3.44\% \quad \dots\dots\dots (B.28)$$

$$U_{CL} = \bar{X} + A_3 \bar{R} = 3.44 + (2.66 \times 0.33) = 4.3178 \approx 4.32 \quad \dots\dots\dots (B.29)$$

$$L_{CL} = \bar{X} - A_3 \bar{R} = 3.44 - (2.66 \times 0.33) = 2.5622 \approx 2.5 \quad \dots\dots\dots (B.30)$$

表 2 和表 3 给出了控制限的计算公式和因子  $A_3$  的取值。控制图如图 B.6 所示,由控制图可见,过程处于统计控制状态。

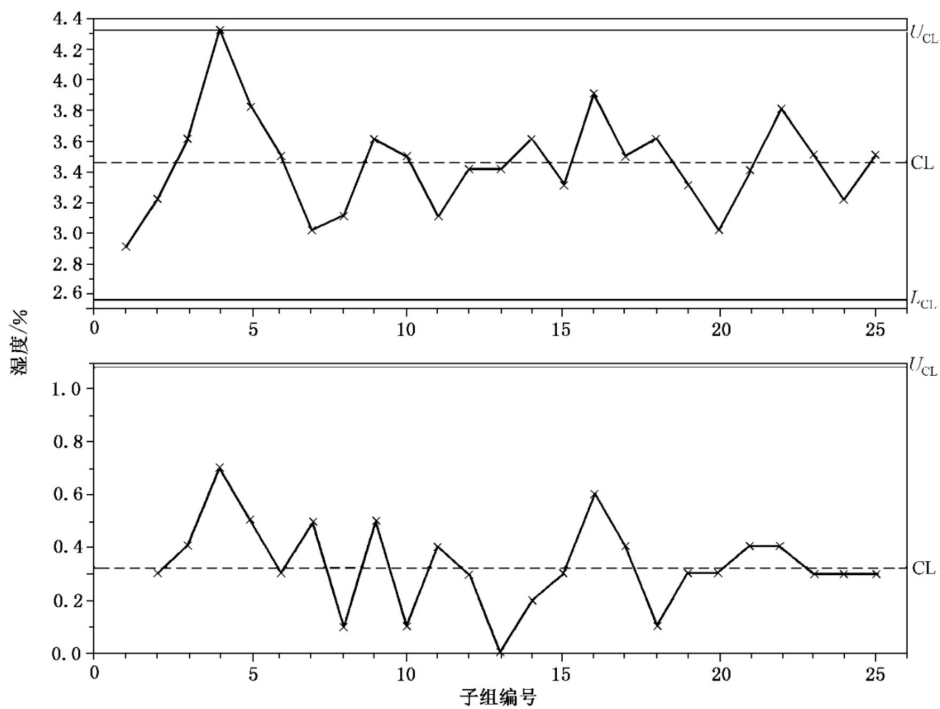


图 B.6 脱脂奶粉湿度百分比的单值  $\bar{X}$  图和移动极差图

#### B.1.4 中位数图和 $R$ 图—— $\mu$ 和 $\sigma$ 未知

一台机器正在制造指定厚度在 1.20 mm 和 1.25 mm 之间的 DVD。每半小时抽取子组大小为 5 的 5 件样品,其厚度记录如表 B.4 所示。为了控制 DVD 质量,决定绘制中位数图。表 B.4 还显示了每个子组中的中位数和极差的数值。

表 B.4 DVD 厚度的控制数据

单位为微米

| 子组编号 | 厚度    |       |       |       |       | 中位数<br>$\tilde{X}$ | 极差<br>$R$ |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------|-----------|
|      | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ |                    |           |
| 1    | 14    | 8     | 12    | 12    | 8     | 12                 | 6         |
| 2    | 11    | 10    | 13    | 8     | 10    | 10                 | 5         |
| 3    | 11    | 12    | 16    | 14    | 9     | 12                 | 7         |
| 4    | 16    | 12    | 17    | 15    | 13    | 15                 | 5         |
| 5    | 15    | 12    | 14    | 10    | 7     | 12                 | 8         |
| 6    | 13    | 8     | 15    | 15    | 8     | 13                 | 7         |
| 7    | 14    | 12    | 13    | 10    | 16    | 13                 | 6         |
| 8    | 11    | 10    | 8     | 16    | 10    | 10                 | 8         |
| 9    | 14    | 10    | 12    | 9     | 7     | 10                 | 7         |
| 10   | 12    | 10    | 12    | 14    | 10    | 12                 | 4         |
| 11   | 10    | 12    | 8     | 10    | 12    | 10                 | 4         |
| 12   | 10    | 10    | 8     | 8     | 10    | 10                 | 2         |
| 13   | 8     | 12    | 10    | 8     | 10    | 10                 | 4         |
| 14   | 13    | 8     | 11    | 14    | 12    | 12                 | 6         |
| 15   | 7     | 8     | 14    | 13    | 11    | 11                 | 7         |
| 16   | 10    | 12    | 6     | 9     | 13    | 10                 | 7         |
| 17   | 17    | 13    | 11    | 10    | 14    | 13                 | 7         |
| 18   | 10    | 17    | 14    | 14    | 9     | 14                 | 8         |
| 19   | 14    | 13    | 15    | 16    | 15    | 15                 | 3         |
| 20   | 10    | 15    | 8     | 11    | 8     | 10                 | 7         |

计算子组中位数和极差的平均值,见式(B.31)和式(B.32):

$$\overline{\tilde{X}} = \frac{12 + 10 + 12 + \cdots + 10}{20} = \frac{234}{20} = 11.70 \quad \cdots \cdots \cdots (B.31)$$

$$\overline{R} = \frac{6 + 5 + 7 + \cdots + 7}{20} = \frac{118}{20} = 5.90 \quad \cdots \cdots \cdots (B.32)$$

极差图的控制线如下,见式(B.33)~式(B.35):

$$\text{中心线 CL} = \overline{R} = 5.90 \quad \cdots \cdots \cdots (B.33)$$

$$U_{CL} = D_4 \overline{R} = 2.114 \times 5.90 = 12.472\ 6 \approx 12.5 \quad \cdots \cdots \cdots (B.34)$$

$$L_{CL} = D_3 \overline{R} = 0 \times 5.90 (\text{由于 } n \text{ 小于 } 7, L_{CL} \text{ 为 } 0) \quad \cdots \cdots \cdots (B.35)$$

表 2 给出子组大小为 5 时因子  $D_3$  和  $D_4$  的取值。极差图呈现过程处于受控状态,故随后计算中位数图的控制线。

中位数图控制图的控制线如下,见式(B.36)~式(B.38):

$$\text{中心线 CL} = \overline{\tilde{X}} = 11.70 \quad \cdots \cdots \cdots (B.36)$$

$$U_{CL} = \overline{\tilde{X}} + A_4 \overline{R} = 11.70\ \text{mm} + (0.691 \times 5.9)\text{mm} = 15.776\ 9\ \mu\text{m} \approx 15.78\ \mu\text{m} \quad \cdots (B.37)$$

$$L_{CL} = \bar{\bar{X}} - A_4 \bar{R} = 11.70 \text{ mm} - (0.691 \times 5.9) \text{ mm} = 7.623 \text{ mm} \approx 7.62 \text{ mm} \cdots \cdots (\text{B.38})$$

表 4 给出子组大小  $n=5$  时因子  $A_4$  的取值。控制图如图 B.7 所示,由控制图可见,过程处于统计控制状态。

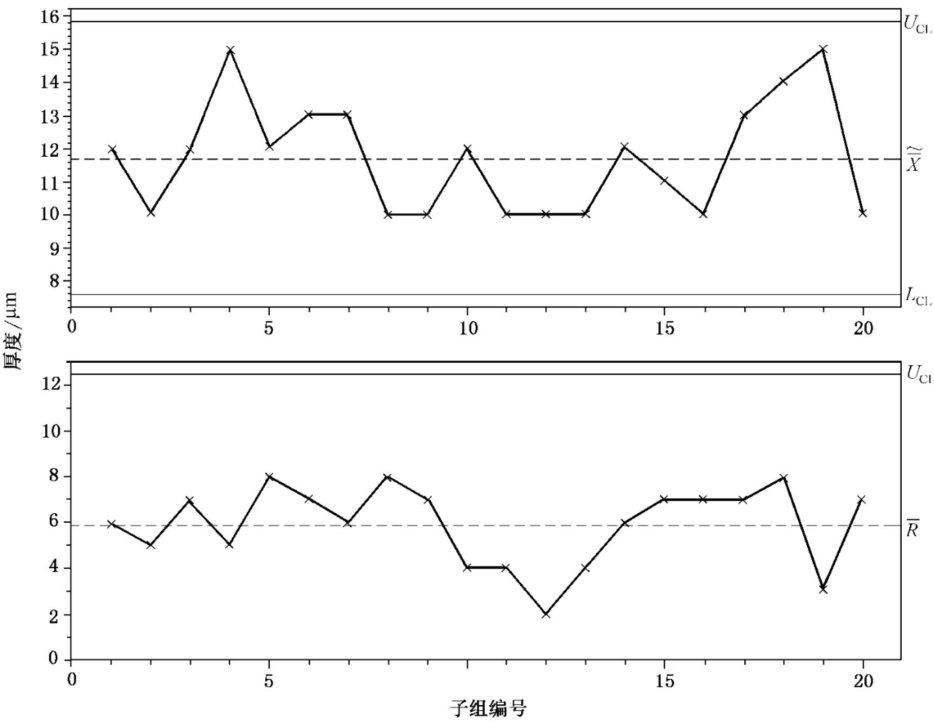


图 B.7 DVD 厚度的中位数图和极差图

B.2 计数控制图

B.2.1  $p$  图:未给定  $p_0$

制造无线电晶体管的公司决定设计一张不合格品率  $p$  图。收集了为期 1 个月的数据,并加以分析。在每天工作结束的时候,从当天的产品中随机采集一个样本,检测其不合格品数,数据如表 B.5 所示。

表 B.5 无线电晶体管: $p$  图(原始数据)

| 天数 | 被检查的数目 | 不合格品数 | 不合格品率 |
|----|--------|-------|-------|
| 1  | 158    | 11    | 0.070 |
| 2  | 140    | 11    | 0.079 |
| 3  | 140    | 8     | 0.057 |
| 4  | 155    | 6     | 0.039 |
| 5  | 160    | 4     | 0.025 |
| 6  | 144    | 7     | 0.049 |
| 7  | 139    | 10    | 0.072 |

表 B.5 (续)

| 天数 | 被检查的数目 | 不合格品数 | 不合格品率 |
|----|--------|-------|-------|
| 8  | 151    | 11    | 0.073 |
| 9  | 163    | 9     | 0.055 |
| 10 | 148    | 5     | 0.034 |
| 11 | 150    | 2     | 0.013 |
| 12 | 153    | 7     | 0.046 |
| 13 | 149    | 7     | 0.047 |
| 14 | 145    | 8     | 0.055 |
| 15 | 160    | 6     | 0.038 |
| 16 | 165    | 15    | 0.091 |
| 17 | 136    | 18    | 0.132 |
| 18 | 153    | 10    | 0.065 |
| 19 | 150    | 9     | 0.060 |
| 20 | 148    | 5     | 0.034 |
| 21 | 135    | 0     | 0.000 |
| 22 | 165    | 12    | 0.073 |
| 23 | 143    | 10    | 0.070 |
| 24 | 138    | 8     | 0.058 |
| 25 | 144    | 14    | 0.097 |
| 26 | 161    | 20    | 0.124 |
| 总计 | 3 893  | 233   |       |

表 B.5 给出了每个子组的不合格品率。该月的平均不合格品率见式(B.39)：

$$\bar{p} = \frac{N_{nc,tot}}{N_{i,tot}} = \frac{233}{3\,893} = 0.06 \dots\dots\dots (B.39)$$

式中：

$N_{nc,tot}$ ——总不合格品数；  
 $N_{i,tot}$ ——被检测的总数。

因为子组大小不同，每个子组的  $U_{CL}$  和  $L_{CL}$  值都要按式(B.40)和式(B.41)单独计算：

$$U_{CL} = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \dots\dots\dots (B.40)$$

$$L_{CL} = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \dots\dots\dots (B.41)$$

式中：

$n$ ——子组大小。

表 B.6 给出了每个子组的计算结果。



表 B.6 无线电晶体管:计算结果

| 子组编号 | 被检查的数目 | 不合格品率 $p$ | $U_{CL}$ | $L_{CL}$ |
|------|--------|-----------|----------|----------|
| 1    | 158    | 0.070     | 0.117    | 0.003    |
| 2    | 140    | 0.079     | 0.120    | 0.000    |
| 3    | 140    | 0.057     | 0.120    | 0.000    |
| 4    | 155    | 0.039     | 0.117    | 0.003    |
| 5    | 160    | 0.025     | 0.116    | 0.004    |
| 6    | 144    | 0.049     | 0.119    | 0.001    |
| 7    | 139    | 0.072     | 0.120    | 0.000    |
| 8    | 151    | 0.073     | 0.118    | 0.002    |
| 9    | 163    | 0.055     | 0.116    | 0.004    |
| 10   | 148    | 0.034     | 0.119    | 0.001    |
| 11   | 150    | 0.013     | 0.118    | 0.002    |
| 12   | 153    | 0.046     | 0.118    | 0.002    |
| 13   | 149    | 0.047     | 0.118    | 0.002    |
| 14   | 145    | 0.055     | 0.119    | 0.001    |
| 15   | 160    | 0.038     | 0.116    | 0.004    |
| 16   | 165    | 0.091     | 0.115    | 0.005    |
| 17   | 136    | 0.132     | 0.121    | 0.000    |
| 18   | 153    | 0.065     | 0.118    | 0.002    |
| 19   | 150    | 0.060     | 0.118    | 0.002    |
| 20   | 148    | 0.034     | 0.119    | 0.001    |
| 21   | 135    | 0.000     | 0.121    | 0.000    |
| 22   | 165    | 0.073     | 0.115    | 0.005    |
| 23   | 143    | 0.070     | 0.120    | 0.000    |
| 24   | 138    | 0.058     | 0.121    | 0.000    |
| 25   | 144    | 0.097     | 0.119    | 0.001    |
| 26   | 161    | 0.124     | 0.116    | 0.004    |
| 总计   | 3 893  |           |          |          |

可以看出,绘制每个子组的 $U_{CL}$ 和 $L_{CL}$ 值是一项耗时的工作。由图 B.8 可见,编号为 17 和 26 的子组其不合格品率落在上控制限之外。因为他们受到了不同于其他子组的变化影响,故而控制限的计算需要剔除掉这两个子组。如果控制限的计算继续保留这两个子组,则会导致对过程均值和控制限的夸大,而不能反映真正的随机变化。要寻找造成这些点子高出上控制限的原因,采取纠正措施以防止未来的再次发生。利用剩余的 24 个子组,计算修订后的平均不合格品率,见式(B.42):

$$\bar{p} = \frac{195}{3\ 596} = 0.054 \quad \dots\dots\dots (B.42)$$

使用修正后的 $\bar{p}$ 值,计算每个子组的 $U_{CL}$ 和 $L_{CL}$ 修正值,显示所有子组的不合格品率都落在其相应的

控制限内。因此,这个修正后的 $\bar{p}$ 值可作为设置控制图的不合格品率的标准值,即 $p_0 = 0.054$ 。

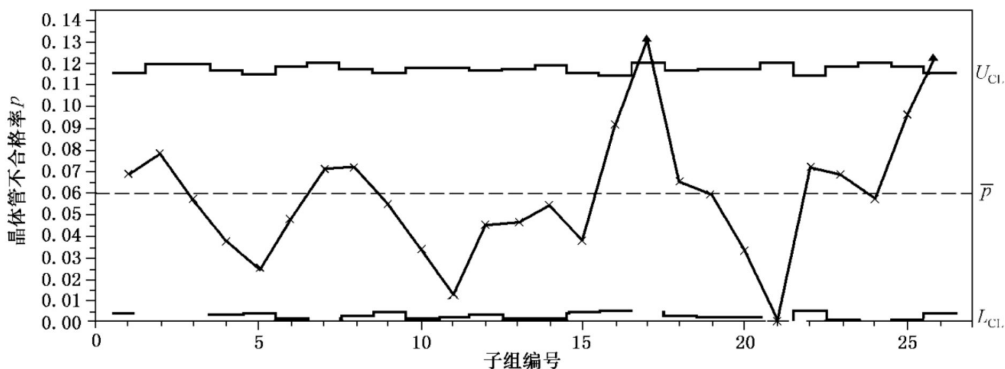


图 B.8 无线电晶体管不合格品率  $p$  图

如上所述,子组大小不同时绘制每个子组的上控制限是耗费时间且繁琐的过程。由于子组大小与平均子组大小之间的差别不大,其中:平均子组大小为 150,故而,修正的  $p$  图(使用 $p_0 = 0.054$ )可以利用子组大小  $n = 150$  所对应的上控制限进行绘制。

因此,修正的  $p$  图的控制线可如下计算,见式(B.43)~式(B.45):

中心线  $CL = p_0 = 0.054$  ..... ( B.43 )

$$U_{CL} = p_0 + 3 \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0.054 + 3 \sqrt{\frac{0.054(1-0.054)}{150}} = 0.109$$
 ..... ( B.44 )

$$L_{CL} = p_0 - 3 \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0.054 - 3 \sqrt{\frac{0.054(1-0.054)}{150}}$$
 ..... ( B.45 )

注: 因为不合格品率取负值是不可能的,故下控制限不再显示。

修正的  $p$  图如图 B.9 所示,显示过程处于统计控制状态。

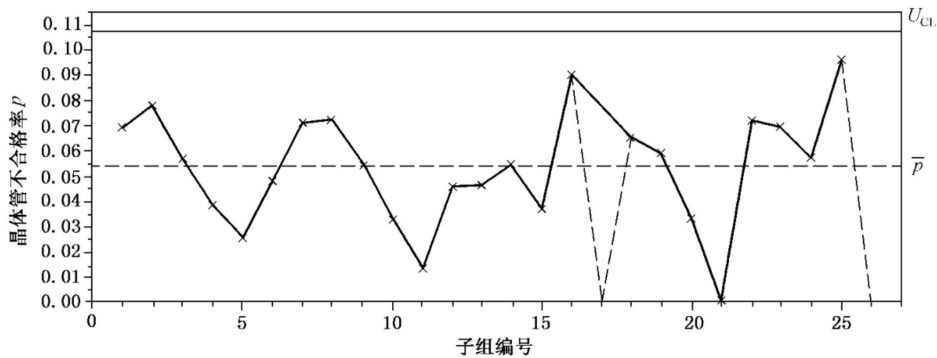


图 B.9 无线电晶体管不合格品率的修正  $p$  图

B.2.2  $np$  图:未给定 $p_0$

表 B.7 中的数据给出了每小时的不合格品数,它们是用自动检测装置对小型开关进行 100%检测的结果。这些开关在自动装配线上进行生产。由于一旦出现故障,后果严重,故而,不合格品率被用于识别装配线是否失控。现采集了 25 组数据作为初始数据,因为每次检测的数目是固定的,故使用  $np$  图进行控制。

表 B.7 开关的初始数据

| 子组编号 | 被检查的开关数 | 不合格品数 | 不合格品率 |
|------|---------|-------|-------|
| 1    | 4 000   | 8     | 0.200 |
| 2    | 4 000   | 14    | 0.350 |
| 3    | 4 000   | 10    | 0.250 |
| 4    | 4 000   | 4     | 0.100 |
| 5    | 4 000   | 13    | 0.325 |
| 6    | 4 000   | 9     | 0.225 |
| 7    | 4 000   | 7     | 0.175 |
| 8    | 4 000   | 11    | 0.275 |
| 9    | 4 000   | 15    | 0.375 |
| 10   | 4 000   | 13    | 0.325 |
| 11   | 4 000   | 5     | 0.125 |
| 12   | 4 000   | 14    | 0.350 |
| 13   | 4 000   | 12    | 0.300 |
| 14   | 4 000   | 8     | 0.200 |
| 15   | 4 000   | 15    | 0.375 |
| 16   | 4 000   | 11    | 0.275 |
| 17   | 4 000   | 9     | 0.225 |
| 18   | 4 000   | 18    | 0.450 |
| 19   | 4 000   | 6     | 0.150 |
| 20   | 4 000   | 12    | 0.300 |
| 21   | 4 000   | 6     | 0.150 |
| 22   | 4 000   | 12    | 0.300 |
| 23   | 4 000   | 8     | 0.200 |
| 24   | 4 000   | 15    | 0.375 |
| 25   | 4 000   | 14    | 0.350 |
| 总计   | 100 000 | 269   |       |

控制图的中心线和控制限随后进行计算,并绘制控制图。

$np$  图的计算,见式(B.46)~式(B.48):

$$\text{中心线 CL} = n \bar{p} = \frac{8 + 14 + \cdots + 14}{25} = 10.76 \quad \cdots \cdots \cdots (\text{B.46})$$

$$U_{CL} = n \bar{p} + 3 \sqrt{n \bar{p}(1 - \bar{p})} = 10.76 + 3 \sqrt{10.76(1 - 0.0027)} = 20.59 \quad \cdots \cdots \cdots (\text{B.47})$$

$$L_{CL} = n \bar{p} - 3 \sqrt{n \bar{p}(1 - \bar{p})} = 10.76 - 3 \sqrt{10.76(1 - 0.0027)} = 0.93 \quad \cdots \cdots \cdots (\text{B.48})$$

图 B.10 表示开关的质量处于统计控制状态。这些控制限可用于对未来子组的控制,直到过程发生改变、过程不再受统计控制状态。要注意的是,由于过程处于统计控制状态,当未发生过程变更时,不合格品率就不会发生改变。因此,未来使用 500 代替 4 000 作为子组样本量,是足够的。

如果有过程改进,那么,要针对未来的子组计算不同的控制限,来反映改进后的过程性能。如果过程得到改进( $np$  值降低),则使用新的控制限;如果过程发生恶化( $np$  值提高),则要寻找可查明原因。

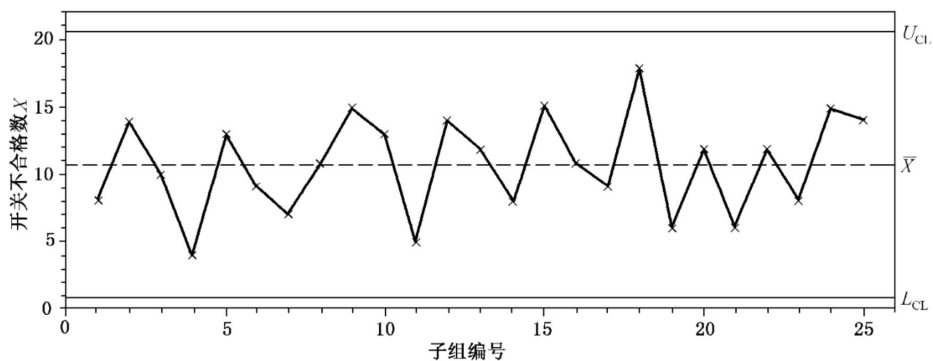


图 B.10 开关质量的  $np$  图

B.2.3  $c$  图:未给定 $c_0$

录像带的制造商希望控制录像带中不合格疵点的数目。下面的数据给出了检查 20 卷录像带表面发现的不合格疵点数,每卷录像带长 350 m。

考虑应用  $c$  图,对不合格疵点数进行控制。表 B.8 给出 20 卷录像带的数,作为绘制  $c$  图的初始数据。

表 B.8 录像带的初始数据

| 录像带<br>编号  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 总计 |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 不合格<br>疵点数 | 7 | 1 | 2 | 5 | 0 | 6 | 2 | 0 | 4 | 4  | 6  | 3  | 3  | 3  | 1  | 6  | 3  | 1  | 5  | 6  | 68 |

控制图的中心线和控制限随后进行计算,见式(B.49)~式(B.51),并绘制控制图。

$$\text{中心线 CL} = \bar{c} = \frac{7 + 1 + \cdots + 6}{20} = 3.4 \quad \text{..... ( B.49 )}$$
$$U_{CL} = \bar{c} + 3 \sqrt{\bar{c}} = 3.4 + 3 \sqrt{3.4} = 8.9 \quad \text{..... ( B.50 )}$$
$$L_{CL} = \bar{c} - 3 \sqrt{\bar{c}} = 3.4 - 3 \sqrt{3.4} \quad \text{..... ( B.51 )}$$

当计算得到的下控制限 $L_{CL}$ 为负时,因为不合格疵点不可能为负,故下控制限不再显示。

初始数据的分析表明,过程处于统计控制状态,见图 B.11。

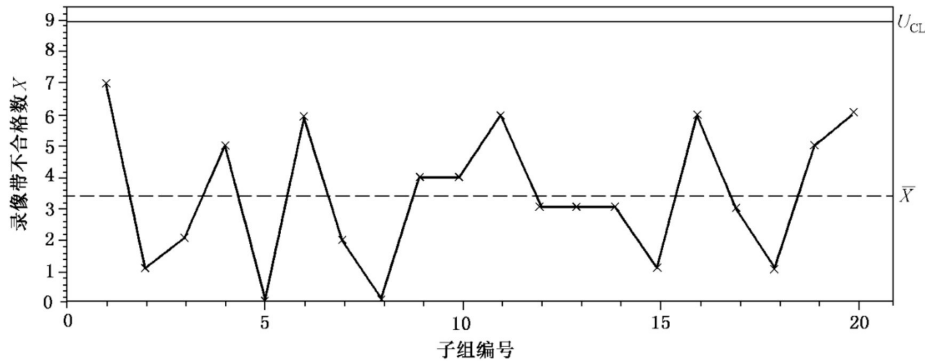


图 B.11 录像带生产数据的  $c$  图

B.2.4  $u$  图:未给定 $u_0$

轮胎制造厂每半小时检查 50 只轮胎,并记录不合格总数和单位不合格数。现决定针对每个单位的不合格数绘制  $u$  图,以判断过程是否处于统计控制状态。数据如表 B.9 所示。

表 B.9 每单位的不合格数(每个子组包括的检测单位为 50,即  $n = 50$ )

|                 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 子组编号            | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |       |
| $c$ :不合格数       | 4    | 5    | 3    | 6    | 2    | 1    | 5    | 6    | 2    | 4    |       |
| $u$ : 每个单位的不合格数 | 0.08 | 0.10 | 0.06 | 0.12 | 0.04 | 0.02 | 0.10 | 0.12 | 0.04 | 0.08 |       |
| 子组编号            | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   | 总计    |
| $c$ :不合格数       | 7    | 5    | 2    | 3    | 5    | 1    | 2    | 6    | 3    | 5    | 77    |
| $u$ : 每个单位的不合格数 | 0.14 | 0.10 | 0.04 | 0.06 | 0.10 | 0.02 | 0.04 | 0.12 | 0.06 | 0.10 | 0.077 |

将不合格总数除以检查单位的总数,得到  $u$  值的平均值如下,见式(B.52)~式(B.54):

$$\bar{u} = \frac{\sum c}{\sum n} = \frac{77}{20 \times 50} = 0.077 \quad \dots\dots\dots (B.52)$$

$$U_{CL} = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0.077 + 3\sqrt{\frac{0.077}{50}} = 0.194\ 72 \approx 0.195 \quad \dots\dots\dots (B.53)$$

$$L_{CL} = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0.077 - 3\sqrt{\frac{0.077}{50}} \quad \dots\dots\dots (B.54)$$

注 1: 当计算得到的下控制限  $L_{CL}$  为负时,因为不合格数不可能为负,故下控制限控制限不再显示。  
控制图的数据和控制限如图 B.12 所示。

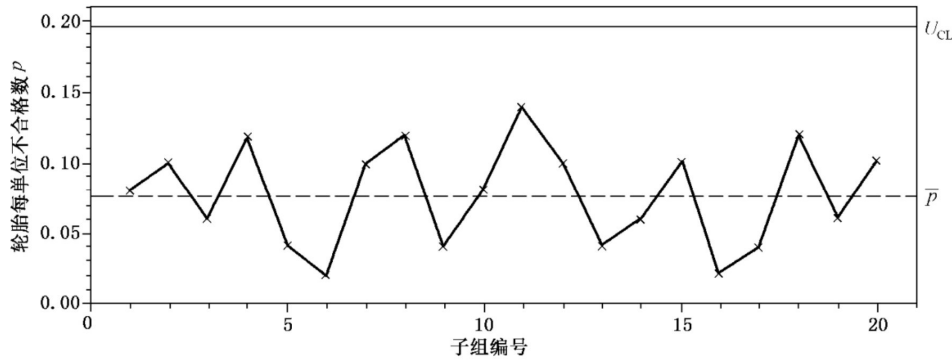


图 B.12 轮胎生产数据的  $u$  图

图 B.12 表明过程处于统计控制状态。

注 2: 因为子组大小为常数,故本示例也可以用  $c$  图来代替。

## 参 考 文 献

- [1] Grant E., & Leavenworth R. *Statistical Quality Control*. McGraw-Hill Series in Industrial Engineering and Management, 1996.
- [2] Klein M. Two Alternatives to the Shewhart  $\bar{X}$  Control Chart. *Journal of Quality Technology*. 2000, 32 pp. 427-431.
- [3] Nelson L.S. The Shewhart Control Chart-Test for Special Causes. *Journal of Quality Technology*. 1984 October, 16 (4) pp. 237-239.
- [4] Nelson L.S. Interpreting Shewhart  $\bar{X}$  Control Charts. *Journal of Quality Technology*. 1985 April, 17 (2) pp. 114-116.
- [5] Nishina K., Kuzuya K., Ishi N. Reconsideration of Control Charts in Japan. *Frontiers in Statistical Quality Control*. 2005, 8 pp. 136-150.
- [6] Prabhu S.S., Montgomery D.C., Runger G.C. A Combined Adaptive Sample Size and Sampling Interval  $\bar{X}$  Control Scheme. *Journal of Quality Technology*. 1994, 26 pp. 164-176.
- [7] Shewhart W.A. *Economic Control of Manufactured Product*. D. Van Nostrand, Co, New York, 1931, pp. 501.
- [8] Tagaras G. A Survey of Recent Developments in the Design of Adaptive Control Charts. *Journal of Quality Technology*. 1998, 30 pp. 212-231.
-







中 华 人 民 共 和 国  
国 家 标 准  
控制图

第 2 部分：常规控制图

GB/T 17989.2—2020

\*

中国标准出版社出版发行  
北京市朝阳区和平里西街甲 2 号(100029)  
北京市西城区三里河北街 16 号(100045)

网址: [www.spc.org.cn](http://www.spc.org.cn)

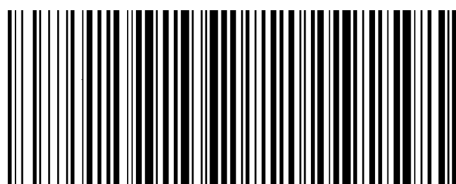
服务热线: 400-168-0010

2020 年 3 月第一版

\*

书号: 155066 · 1-64653

版权专有 侵权必究



GB/T 17989.2—2020